
इकाई 12 आकार

इकाई की रूपरेखा

12.1 प्रस्तावना

उद्देश्य

12.3 आकार कहाँ है?

12.3 हम आकारों से संबंध कैसे बनाते हैं?

12.4 हमें आकृतियों की आवश्यकता क्यों है?

12.5 क्या आकृतियाँ, प्रत्येक वस्तु को प्रदर्शित कर सकती हैं?

12.6 क्या कुछ आकृतियाँ विशिष्ट होती हैं?

12.6.1 खुली व बंद आकृतियाँ

12.6.2 नियमित आकृतियाँ

12.6.3 संतुलित आकृतियाँ

12.7 सारांश

12.8 अभ्यासों पर टिप्पणी

12.1 प्रस्तावना

प्रतिदिन हम बहुत सी वस्तुओं का लेन-देन करते हैं व उनके उपयोग हेतु हमें उनकी जानकारी आवश्यक है। हम कपड़े पहनते हैं। बच्चे खिलौनों से खेलते हैं। हम अपने आस-पास पशु व वृक्षों को देखते हैं। उन्हें देखने पर व उनमें कुछ क्रम पहचान कर हम उनके बारे में जानकारी प्राप्त करते हैं। वस्तुओं से लेन-देन करने का हमारा अनुभव ही हमें उनसे संबंधित कराता है। **बच्चों के व्यक्तिगत अनुभव ही उनके आस-पास के उपादानों के आकारों को समझने की चाबी है।** यह तभी होता है जब बच्चा एक फूल व पक्षी को देखता है व महसूस करता है कि उनके आकार भिन्न-भिन्न हैं। हम बच्चों को उनके अपने अनुभवों को आकारों से जोड़ने योग्य कैसे बनाते हैं? हम उन्हें उस पदार्थ/उपादान/वस्तु की मूर्ति बनाने के लिए प्रोत्साहित करते हैं। किसी पदार्थ के आकार को उसकी प्रतिभूति बनाकर सही पहचानने की योग्यता, एक मूल गणितीय कौशल है। संसार आकारों से भरा हुआ है। बच्चों में यह कौशल होना चाहिए ताकि वे दुनिया की जानकारी ले सकें।

इस इकाई में हमें कुछ प्रश्नों के समाधान करेंगे: जैसे, आकार कहाँ पाए जाते हैं? मूल आकार कौन-से हैं? आकृतियाँ क्या हैं? क्या हम प्रत्येक आकार को दर्शाती हुई आकृति बना सकते हैं? हमने विशेषतः समतल/असमतल सतहों के बारे में बात की क्योंकि आकृति यह स्पष्ट नहीं कर सकती कि कोई सतह मुड़ी हुई है या नहीं। क्या कुछ ऐसी आकृतियाँ भी हैं जो विशेष हैं? यहाँ पर हमने खुली और बंद आकृतियों, नियमित/अनियमित व समतुल्य आकृतियों के बारे में चर्चा की है, क्योंकि इस श्रेणीकरण की समझ, क्षेत्रफल को समझने में सहायता करती है।

आकारों का ज्ञान मापन को समझने के लिए महत्वपूर्ण है। आकारों की जानकारी व उनकी बनावट की अंतःदृष्टि न केवल बच्चों को मापन का संदर्भ समझने में उनकी सहायता करती है (जो हमारा इस खंड का उद्देश्य है), बल्कि बाद में ज्यामिती को समझने व स्थानिक

ज्ञान विकसित करने में भी उनकी सहायता करती है जोकि दैनिक चर्चा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है।

उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के उपरान्त आप इस योग्य हो जाएँगे कि :

- बच्चों के दैनिक अनुभवों का प्रयोग करके उन्हें सामान्य आकारों व विशेष रूप से रेखागणित के आकारों से संबंध स्थापित करने योग्य बना सकें।
- बच्चों को इस योग्य बना सकें कि वे रेखागणितीय शब्दावली का प्रयोग दैनिक जीवन की क्रियाओं में कर सकें।
- बच्चों की कुछ गुणों को पहचानने में सहायता कर सकें, जैसे—किसी पदार्थ का लम्बाई, क्षेत्रफल, आयतन, जिन्हें उन्हें मापने की आवश्यकता है।

12.2 आकार कहाँ हैं?

आकार हमारे सभी ओर हैं। बच्चे उनसे बहुत बार मिलते हैं; जब वे खेलते हैं, जब खाते हैं, जब बाहर जाते हैं, सत्य तो यह है कि उन सभी क्रियाओं में, जो वे करते हैं, आकार सन्निहित है। उनकी अपनी वस्तुएँ जैसे कपड़े, पुस्तकें, खिलौने इत्यादि विभिन्न आकार वाले होते हैं। सभी वस्तुओं के आकार होते हैं। हमें केवल आवश्यकता है, बच्चों का ध्यान उस ओर दिलाने की, जिससे कि वे उनको व उनके विशेष स्वरूप को ध्यान से देखें। हम ऐसा कैसे करते हैं? बच्चों को विभिन्न वस्तुओं के आकारों का ज्ञान, उन्हें उन आकारों के साथ काम में लगाकर किया जा सकता है। मेरी एक मित्र अपनी भांजी मोनिका का ध्यान इस ओर आकर्षित करना चाहती थी, कि विभिन्न पदार्थों के आकार भी भिन्न होते हैं, देखें उसने क्या किया?

वह उसे रसोई में ले गई व रेफ्रीजरेटर से फल, सब्जियाँ ओर अंडे बाहर निकालें। उसने उसे अपने साथ बातचीत में लगाकर उसका ध्यान उन वस्तुओं के आकारों के अंतर की ओर दिलाया। उसने उससे पूछा, कि कौन—सी वस्तुएँ एक जैसी नहीं दिखती है? क्या संतरे व नींबू समान दिखते हैं? क्या केले का आकार संतरे से बहुत भिन्न है? इसी तरह उसने बहुत से पदार्थों के बारे में बात की व उससे परिचित करवाया जो बच्चों को आकारों से संबंध स्थापित करने योग्य बनाती है। संतरे जैसे कुछ फल गोल आकार के होते हैं, जबकि केलों की लम्बाई होती है तथा उनकी संरचना गोलाकार भी है, अर्थात् जब केले को भिन्न भागों में काटा जाता है, तो यह भाग गोल आकार वाले होते हैं। गाजर का आकार मूली से मिलता है परन्तु वह टमाटर व प्याज से भिन्न है, जोकि गोलाकार दिखते हैं। अंडे दीर्घवृत्ताकार होते हैं जबकि नींबू गोलाकार होते हैं। केक प्रत्येक आयु के बच्चों के पसंदीदा पदार्थ हैं तथा भिन्न—भिन्न आकारों में बनते हैं। **वास्तव में आवश्यकता है, रेखागणितीय शब्दावली से परिचित कराने की, जो मापन को बहुत सही ढंग से समझने में कार्य करती है।**

जब बच्चे बगीचे में जाते हैं, तो वे वृक्षों को देखते हैं। पत्तों का आकार, तने के आकार से भिन्न है। विभिन्न वृक्षों के पत्ते भी भिन्न होते हैं। चीड़ के वृक्ष के पत्ते शंक्वाकार होते हैं। कमल के पत्ते गोलाकार होते हैं। वे पक्षियों को देखते हैं, जिनके आकार न केवल वृक्षों से भिन्न होते हैं बल्कि एक—दूसरे से भी भिन्न होते हैं। जब बच्चे खेलते हैं, न केवल वे उन भिन्न वस्तुओं को ही देखते हैं जिनका प्रयोग वे अपने खेल में करते हैं जैसे कि गेदें व खिलौने, बल्कि स्वयं भी विभिन्न आकार बनाते हैं। कक्षा 4 व 5 के बच्चे, खेल के मैदान में खेलते हैं जो कि उन्हें विभिन्न आकारों के बीच संबंधों से परिचित कराने का तथा इनके

मापन को स्पष्ट करने का बहुत ही उपयोगी स्थान है। यहाँ तक कि केरम बोर्ड जैसे खेल से भी आकार बताए जा सकते हैं।

बच्चों को आकारों को खोजने के लिए प्रदर्शनियों में ले जाया जाना चाहिए। यहाँ तक कि जिन भवनों को वे देखते हैं, वे भी उन्हें आकारों को खोजने के अवसर देते हैं। दरवाजे, खिड़कियाँ, कमरे व अन्य विभिन्न भागों के आकार क्या हैं? व मापन उनसे कैसे संबंधित है, उसकी अंतःदृष्टि प्रदान करते हैं।

जब हम यात्रा कर रहे होते हैं तो भी हमारे समक्ष विभिन्न आकार उभरते हैं। इनमें से कुछ समतल होते हैं व कुछ नहीं, जब बच्चे दुकानों पर जाते हैं, तो सभी प्रकार की वस्तुओं के विभिन्न आकारों में पाते हैं। प्रत्येक वस्तु का आकार होता है। पदार्थ हमारे चारों ओर है, व हम बहुत-सी स्थितियों में उनसे व्यवहार करते हैं। बच्चों को केवल अवसर प्रदान करने की आवश्यकता है, ताकि वे पदार्थों के आकारों को कुछ विशेष पहलुओं से उपयोगिता के आधार पर जोड़ सकें। यह पता लगाने के लिए, कि आप अपनी कक्षा के बच्चों को कौन-से ऐसे अवसर प्रदान कर सकते हैं, जिनके द्वारा बच्चे विभिन्न पदार्थों के आकारों को खोजने के लिए स्वयं अनुभव करे, नीचे लिखे अभ्यास को करें:

E1) कुछ ऐसे अवसरों को सूचीबद्ध करें, जो बच्चों को विद्यालय में विभिन्न स्तरों पर बच्चों को मिलते हैं। पदार्थों के साथ, जिनके आकारों को, वे अपनी भाषा से स्पष्ट कर सकते हैं।

बच्चे आकारों को प्रतिदिन देखते हैं व उनका अर्थ जानने के लिए उत्सुक रहते हैं। आवश्यकता है, उनका ध्यान इस ओर मोड़ने की ताकि वे उन आकारों से, जिन्हें वे अपने क्रियाकलापों में देखते हैं, से परस्पर क्रिया कर सकें। यही वह बिन्दु है, जिसकी चर्चा हम इस अगले भाग में करने जा रहे हैं।

12.3 हम आकारों से संबंध कैसे बनाते हैं?

बच्चों को विभिन्न आकारों की जानकारी के लिए, उनका ध्यान उनकी समानताओं व असमानताओं की ओर आकर्षित करने, तथा दैनिक जीवन की क्रियाओं को आकारों से संबंधित करने के लिए प्रोत्साहित करने की तथा बच्चों का ध्यान उन वस्तुओं की ओर दिलाने की आवश्यकता है, जिन्हें वे अपने दैनिक व्यवहार में देखते हैं व अपने शब्दों का प्रयोग करके उनके बारे में बात करते हैं। नीचे दिए हुए कुछ प्रश्नों की सहायता से बच्चों को विभिन्न वस्तुओं के बारे में बातचीत में लगाया जा सकता है:

- क्या आपकी सभी पुस्तकों का आकार एक जैसा है?
- क्या आपके सभी खाने के डिब्बों का आकार एक जैसा है?
- क्या आपकी पेंसिल गोल आकार की है?
- क्या कक्षा में और वस्तुएँ भी गोल आकार की हैं?
- क्या आपकी खिलौना कार भी वैसी दिखती है, जैसी कि आपकी खिलौना बस?
- जब आप विद्यालय आए, तो आपने कौन-कौन सी वस्तुएँ देखीं?
- क्या आपने कोई दो वस्तुएँ समान देखीं?
- क्या आपकी गेंद, पेंसिल की तरह गोल है?

इस तरह के कुछ प्रश्नों द्वारा बच्चों को बातचीत में लगाया जा सकता है। यद्यपि यहाँ

पर यह प्रश्न, बिना किसी संदर्भ के लिए गए हैं। लेकिन हमें यह ध्यान देना है कि बच्चों से तभी बातचीत की जानी चाहिए जब वातावरण सामान्य हो व कोई संदर्भ हो। साथ ही यह भी महत्वपूर्ण है कि प्रश्न स्वस्फूर्त ढंग से उसी समय किए जाए। बच्चों को जब बातचीत में लगाएँ तो यह सुनिश्चित करें, कि बच्चों को यह न लगे कि अध्यापक उनकी परीक्षा लेने के लिए उनसे प्रश्न पूछ रहा है? वास्तव में यह सुनिश्चित करने के लिए बच्चों को प्रोत्साहित करें कि बच्चे भी इस क्रियाकलाप में भाग लें। वे स्वयं इस तरह के प्रश्न करें न केवल उत्तर ही दें, जो कि आमतौर पर कक्षा कक्षाओं में देखा गया है कि अध्यापक प्रश्न करते हैं और बच्चे केवल उनका उत्तर ही देते हैं। **अधिगम के लिए यह महत्वपूर्ण है कि बच्चे न केवल किए गए प्रश्नों के उत्तर ढूँढने की, बल्कि अन्य प्रश्न हल करने की योग्यता भी विकसित करें।**

जब आप बच्चों को बातचीत करने के लिए उत्साहित करते हो व उनको बातचीत में लगाते हो तो आपके अपने उत्तर-प्रत्युत्तर महत्वपूर्ण होते हैं। बातचीत के दौरान हमें बच्चों की सोच को संकेतों द्वारा सुगम करने की आवश्यकता है न कि उन्हें उत्तर बताकर। उदाहरण के तौर पर, जब आप बच्चों से पूछते हैं कि जब आप विद्यालय आए तो आपने क्या देखा? उनकी सोच को सुगम करने के लिए आप उन्हें तत्काल और प्रश्न पूछ सकते हैं? क्या बसों, कारों से अधिक लम्बी थी? जब बच्चों से वस्तुओं के बारे में बातचीत की जाती है, उन्हें हर स्थान पर सामान्य आकार तथा रेखागणित आकार दिखते हैं। पुस्तकों के बारे में पहले प्रश्न की तरह बातचीत को समतल सतहों, कोनों तथा किनारों आदि के बारे में आगे बढ़ाया जा सकता है, फिर हम बात कर सकते हैं कि पुस्तकों के समतल सतह **वर्गाकार** होती है, लेकिन उनकी पानी की बोतल की सतह मुड़ी हुई होती है।

आरंभ में जब आकारों का परिचय करवाया जाता है, तब यह महत्वपूर्ण नहीं है कि आप उन्हें शब्दावली से परिचित कराएँ, बल्कि आवश्यक यह है कि उनका ध्यान उनके अंतरों की ओर दिलाएँ। कोने कुछ नहीं हैं, बल्कि बिन्दु हैं। किनारे, रेखाओं के ही भाग हैं, बाद में बच्चों को शब्दावली के ज्ञान आवश्यकता होती है, क्योंकि बाद में मापन को समझने के लिए इसकी आवश्यकता होती है।

बच्चों को आकारों से अवगत करवाने के लिए उन्हें खुले स्थानों पर ले जाएँ, जहाँ वे वृक्षों, फलों, पक्षियों, पशुओं व अन्य वस्तुओं को देख सकें। उन्हें पत्ते इकट्ठे करने के लिए कहें व उन्हें विभिन्न आकारों के बारे में बातचीत में सम्मिलित करें। बच्चे, पत्थर के टुकड़े इकट्ठे कर सकते हैं तथा उन्हें, उनके आकारों के आधार पर अलग-अलग कर सकते हैं। उनसे इस तरह से बातचीत करें कि वे कुछ ऐसे प्रश्न खोजें जैसे कि क्या पत्थर के टुकड़े, पत्तों जैसे दिखते हैं? कौन-से ऐसे विभिन्न गुण हैं, जिनमें वे भिन्न हैं। आपको अपने आस-पास बहुत सी ऐसी वस्तुएँ मिलेंगी, जो विभिन्न आकारों की समानताओं व अंतरों को जानने में बच्चों की सहायता कर सकती हैं।

बच्चों को आकारों से परिचित करवाने का दूसरा ढंग है कि वे उन वस्तुओं के बारे में जानें जिन्हें वे अपने आस-पास घर पर, विद्यालय में पाते हैं जैसे कि उनके खिलौने, कपड़े व पुस्तकें इत्यादि। वे उनकी आकृति बनाएँ व उनमें रंग भरें। चित्र बनाना, आकारों से परिचय का सबसे अच्छा ढंग है। बच्चों को विभिन्न आकृतियाँ बनाने के लिए कहा जा सकता है व उनमें किसी आधार पर रंग भरने को कहा जा सकता है, जिसके द्वारा वे आकृतियों के विभिन्न भागों में अंतर कर सकें व जब वे किसी अन्य स्थान पर हों तो वस्तु के आकार को पहचानने में सहायता हो। अगर कक्षा I व II के बच्चों के ऐसे अवसर दिए जाएँ तो ये बाद में कक्षा तीसरी व चौथी में सिखाए जाने वाले मापन को समझने में सहायक होते हैं। **जब कोई वस्तु उपस्थिति नहीं है या उसे देखा नहीं जा सकता तब उससे संबंध स्थापित करने के लिए मन में चित्र बनाने की क्षमता, गणित को समझने, विशेष तौर पर मापन को समझने के लिए एक आवश्यक कौशल है। बच्चों को**

स्वयं के अनुभव, वस्तुओं व उनके आकारों के मानसिक चित्र बनाने के योग्य बनाते हैं। उदाहरणों के माध्यम से अध्यापिका उनसे रेखागणित आकारों के बारे में बात करती है।

बच्चे अपने दैनिक कार्यकलापों में तीन-आयामी वस्तुएँ पाते हैं। उनकी पुस्तकें, खाने के डिब्बे, रबर, खिलौने सभी तीन-आयामी वस्तुएँ हैं। वे इन्हें आकारों के आधार पर श्रेणीबद्ध कर सकते हैं। बच्चों को आकारों को खोजने के अवसर दिए जाने चाहिए। वह अपनी आयु अनुसार कागज को मोड़कर या मिट्टी जैसे माध्यम के प्रयोग द्वारा विभिन्न आकारों को निर्मित कर सकते हैं। वे आकारों को निर्मित करने के लिए जैसे गुटकों, तिनकों, पाइप व इसी प्रकार की अन्य वस्तुओं का प्रयोग कर सकते हैं।

महत्वपूर्ण यह है कि बच्चे वस्तुओं को देखकर व उनके साथ खेलकर, उनके आकारों के विभिन्न गुणों को पहचानने में समय बिताते हैं। जिन वस्तुओं के साथ वे यह क्रियाकलाप करते हैं, उन वस्तुओं के आकारों के विभिन्न गुणों की पहचान की ओर ध्यान किसी के मार्गदर्शन में ही दिलाया जा सकता है। यद्यपि यह भी महत्वपूर्ण है कि इसे उन्हीं पर छोड़ दिया जाए व हर समय बातचीत न की जाए।

जब हम बच्चों को विभिन्न वस्तुओं के साथ कार्य में लगाते हैं व उन्हें खोजने के लिए उत्साहित करते हैं, हमें उनके कुछ गुणों जैसे कि लम्बाई, भार आदि से संबंध स्थापित करने में उनकी सहायता करनी चाहिए, जिनकी बाद में मापन के लिए आवश्यकता होगी।

बच्चों को उनकी ही क्रियाओं द्वारा इन वस्तुओं के विभिन्न गुणों के तुलनात्मक अध्ययन में लगाना चाहिए। यह स्वयं आकारों की खोज द्वारा किया जा सकता है। छोटे बच्चों को अनुभव व मौखिक शब्दावली का ज्ञान कराने के लिए, बच्चों को वस्तुओं को छूकर (स्पर्श) व देखकर उन्हें पहचानने को कह सकते हैं। स्पर्श द्वारा बच्चों को वस्तुओं के बाहरी भागों को जानकारी दी जा सकती है व उन्हें सतह जैसे शब्द से परिचित करवाया जा सकता है। एक वस्तु की एक से अधिक सतह हो सकती है। सतह, समतल या असमतल हो सकती है। किसी वस्तु का आकार चतुर्भुज, त्रिभुज, गोलाकार व चौकोर हो सकता है। आकारों की खोज, बच्चों की रेखागणित शब्दावली की आंतरिक समझ बढ़ाने में सहायता करती है। जैसा कि हम अगली इकाई में देखेंगे कि रेखागणित शब्दावली, मापन में महत्वपूर्ण भूमिका निभाती है।

E2) मिट्टी या अन्य किसी सामग्री के प्रयोग द्वारा एक क्रिया की रूपरेखा बनाएँ, जिसमें बच्चे विभिन्न आकारों को बनाएँ तथा उन्हें रेखागणित शब्दावली का प्रयोग करने के अवसर मिले।

वास्तविक वस्तुओं के अध्ययन के लिए हमें उनका वर्णन करने की आवश्यकता होती है। मौखिक वर्णन, एक आकार का दूसरे आकार से अंतर करने में हमारी सहायता करता है। वस्तुओं के आकार, उनको रखने के स्थिति के अनुसार भिन्न दिखते हैं। इसलिए, उनका रेखांकन भी भिन्न होगा। किसी वस्तु के विभिन्न भाग अलग-अलग दिखते हैं। रेखांकन, हमें उस वस्तु के सभी दिशाओं से दिखने वाले आकारों को समझने में सहायता करता है। कुछ वस्तुओं का जब हम रेखांकन द्वारा चित्र बनाते हैं तो इन्हें रेखागणित शब्दावली के प्रयोग द्वारा पहचाना जा सकता है। किसी वस्तु को कागज के टुकड़े पर बनाकर दिखाना, आकृति कहलाता है, इसके लिए नए शब्द की आवश्यकता है। आगे आने वाले भाग में हम इस प्रश्न को खोजेंगे विभिन्न वस्तुओं के आकारों को समझने के लिए उन्हें आकृतियों से जोड़ने की आवश्यकता हमें क्यों होती है?

12.4 हमें आकृतियों की आवश्यकता क्यों है?

मापन एक प्रणाली है जो हमें किसी वस्तु के कुछ गुणों के बारे में सूचना देती है। हमारे चारों तरफ जो वस्तुएँ हैं, उनमें लम्बाई, क्षेत्रफल, आयतन व क्षमता जैसे गुण हैं, जिन्हें मापा जा सकता है। हम किसी वस्तु से जुड़े हुए उसके विशेष गुण को कैसे पहचानते हैं? बच्चे हमेशा परिमाण व क्षेत्रफल में भ्रमित हो जाते हैं, क्योंकि वह यह नहीं सोचते कि ये किसी वस्तु के आकार से संबंधित अलग-अलग गुण हैं।

जिन वस्तुओं को हम देखते हैं, उनके आकार हैं। आकृतियाँ केवल इन आकारों को कागज पर प्रदर्शित करती हैं। जब हम कागज के टुकड़े पर किसी आकार को रेखांकित करते हैं, तब हम इसे आकृति कहते हैं। मापन के उद्देश्य से ये हमें रेखागणित शब्दावली का प्रयोग करने में सहायता करते हैं। रेखागणितीय आकृतियाँ, वास्तविक वस्तुओं के आकारों से ली गई कल्पनाएँ हैं। रेखागणितीय आकृतियाँ हमें उन गुणों से संबंध स्थापित करने में सहायता करती हैं जो हम आकार के संदर्भ में मापते हैं। बच्चे जिन वस्तुओं को प्रतिदिन देखते हैं, उन वस्तुओं की आकृतियों को कागज पर बनाकर, उन्हें रेखागणित आकारों से परिचित करवाया जा सकता है।



चित्र 1

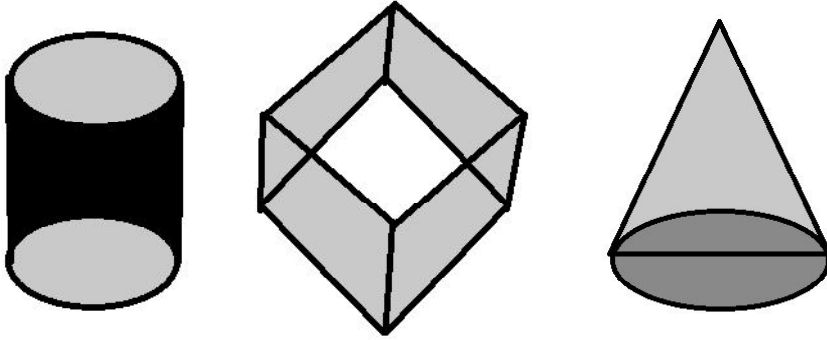
चित्र 1 में दी गई आकृति पर ध्यान दीजिए। बच्चों से, जो भी वे इनमें देखते हैं, उन आकृतियों का रेखागणितीय रेखांकन करने के लिए कहा जा सकता है। चित्र 1 में हम पुस्तकें व एक गिफ्ट बॉक्स जिस पर रिबन बँधा है, देखते हैं। हम बच्चों को उन आकृतियाँ का रेखांकन करने के लिए कह सकते हैं, जिनसे वे पुस्तक को, बॉक्स को तथा रिबन को प्रदर्शित कर सकते हैं। प्रत्येक स्थिति में सबसे पहले वे एक आयत को ही रेखांकित करेंगे। धीरे-धीरे आयामों से बच्चों का परिचय करवाकर उन्हें पुस्तक के आकार को दिखाने के लिए एक घन (cuboid) आकार को रेखांकित करने को कहें।

जब वे इन आकृतियाँ को रेखांकित करते हैं, तब हम रेखागणितीय शब्दावली से उनका परिचय करा सकते हैं जैसे कि किनारे रेखाएँ ही होती हैं। हम उनकी लम्बाई माप सकते हैं तथा तल, समतल सतहें हैं, हम उनका क्षेत्रफल माप सकते हैं। हम उनका ध्यान इस तथ्य की ओर भी दिला सकते हैं कि यह वस्तुएँ कुछ जगह भी घेरती हैं, जिसे उनका आयतन कहा जाता है। आओ देखें, बच्चों को क्षेत्रफल से संबंधित करने के लिए आप कौन-सी क्रिया का उदाहरण देंगे।

E3) एक ऐसी क्रिया की खोज करें जिसमें बच्चे, बहुत-सी आकृतियों का रेखांकन कर क्षेत्रफल समझने के योग्य बन सकें।

बच्चों के लिए आयतन को समझना कठिन है क्योंकि वे त्रिआयामी आकृतियों का रेखांकन कागज पर नहीं कर सकते। अगले भाग में हम इस बारे में अधिक बातचीत करेंगे कि कैसे बच्चों को आयतन का प्रत्यय सुगमतापूर्वक कैसे समझाया जाए। विभिन्न आकारों के चित्रों के प्रयोग करके या रेखांकित आकृतियाँ द्वारा बच्चों की संबंध खोजने में सहायता की जा सकती है, जैसे कि किसी घन के सभी तलों (faces) को एक साथ जोड़ें तो वे एक स्थान

घेरते हैं, जिसे आयतन कहते हैं। यह आकृति एक बॉक्स की पहचान करने में, एक पुस्तक, एक कमरे व अन्य तीन-आयामी वस्तुओं के आयतन को पहचानने में बच्चों की सहायता करती है, इसी प्रकार अन्य आकारों को भी खोजा जा सकता है, इसमें अंदर/बाहर जैसी शब्दावली सहायता करती है।



चित्र-2

जब बच्चे आकृतियों को रेखांकित करते हैं तो वे आकारों में छुपी सूचना को आत्मसात् (internalize) करते हैं। यह उन्हें उन गुणों से संबंध स्थापन में सहायता करती है, जिन्हें उन्हें आगे जाकर मापना है। वह ऐसे प्रतिमान खोजते हैं जो उन्हें बाद में उन गुणों को पहचानने में सहायता करें, जिन्हें मापने की आवश्यकता है। लेकिन इस प्रक्रिया में वह उन कठिनाइयों को समझ लेते हैं, जो किसी वस्तु की आकृति बनाते समय आ सकती हैं। अगले भाग में हम, इन कठिनाइयों की चर्चा करेंगे।

12.5 क्या आकृतियाँ प्रत्येक वस्तु को प्रदर्शित कर सकती हैं?

बच्चे एक आकृति का रेखांकन कर सकते हैं, जो उनके खेल के मैदान की तरह दिखे। वह उन स्थानों को भी अंकित कर सकते हैं, जहाँ पर वे भिन्न-भिन्न प्रकार के खेल खेलते हैं। वे इनमें रंग भर के, रेखाएँ खींचकर इन क्षेत्रों को बंद कर सकते हैं। एक बल्ले का रेखांकन करना एक गेंद की तुलना में अधिक आसान है। जब हम किसी गोलाकार आकार को कागज पर रेखांकित करते हैं तो वह एक घेरे की तरह दिखता है। बच्चों को इस प्रकार की वस्तुओं की आकृतियों के बारे में संवेदनशील बनाने की आवश्यकता है।

बच्चों को ऐसी वस्तुओं की आकृतियाँ का रेखांकन करना सुगम है, जिन्हें जब कागज पर बनाया जाता है तो वे वास्तविक जैसी ही दिखते हैं। बच्चों को वस्तु जैसी दिखाई देती है, बच्चे आमतौर पर उसकी वैसी ही आकृति बनाते हैं। लेकिन ऐसी वस्तुएँ, जिनके सभी आयाम महत्वपूर्ण हैं, बच्चे जब उन्हें रेखांकित करते हैं तो उनके सामने कठिनाइयाँ आ जाती हैं। बच्चों को त्रिआयामी वस्तुओं की आकृतियाँ बनाने में सुगमता प्रदान करने के लिए ऐसी क्रियाओं का आयोजन करना चाहिए, जहाँ बच्चे किसी वास्तविक वस्तु व उसके चित्र दोनों को साथ-साथ देखकर रेखांकन करें।

आकृतियाँ महत्वपूर्ण हैं व बच्चों को किसी वस्तु की विभिन्न विमाओं की जानकारी देने में हमारी बहुत अधिक सहायता करती हैं, लेकिन सभी परिस्थितियों में ऐसा नहीं होता।

जब हम ऐसी वस्तुओं जैसे कि गिलास, जिसकी सतह आधी उभरी हुई होती है व गेंद, जो गोलाकार होती है, को निरूपित करने के लिए आकृतियों का उपयोग करते हैं तो यह आसान नहीं होता है। उदाहरण के तौर पर, बच्चे को गोल आकार से परिचित कराने के लिए मिट्टी अधिक अच्छा माध्यम है। जब बच्चा मिट्टी द्वारा गेंद को बनाने की कोशिश करता है तो उसका ध्यान उस वस्तु के गोल आकार की तरफ चला जाता है।

जब बच्चे आकृतियों द्वारा क्षेत्रफल तथा आयतन जैसे गुणों को समझने का प्रयास करते हैं, तो भ्रमित हो जाते हैं। बच्चों को यह जानकारी देने की आवश्यकता है कि क्षेत्रफल, सतह से संबंधित गुण (attribute) है, जिसके लिए उन्हें समतल व असमतल सतहों के अंतर को समझने की आवश्यकता है।

बच्चों को समतल व उभरे हुए तल जैसी धारणाओं का ज्ञान प्राप्त करवाना अत्यधिक परिश्रम का कार्य है। आओ, हम गणित में एक प्रशिक्षण पाठ्यक्रम करने आए प्राथमिक विद्यालय के अध्यापकों द्वारा व्यक्त किए गये वर्ग मत को देखें। प्रशिक्षण पाठ्यक्रम में भाग लेने वाले अधिकतर अध्यापक अपने व्यवसाय में बहुत अनुभवी थे।

अध्यापकों को दो समूहों में बाँटा गया व उन्हें समतल व असमतल हुए तलों के अध्यापन की नीतियों के बारे में आपसी चर्चा करने के लिए कहा गया। प्रत्येक समूह के ग्रुप लीडर को उस नीति को पेश करना था, जिसकी चर्चा की जानी थी। एक घंटे बाद अपने परिणामों को प्रस्तुत करने के लिए, वे पुनः एकत्रित हुए।

एक समूह का यह मत था कि किशोर बच्चे यह सोचते हैं कि जो सतह चिकनी या समतल है, उसे ही समतल सतह कहते हैं उनके लिए, एक अंडे, एक गेंद या एक गोल बर्तन की सतह, एक समतल सतह है। उनमें से अधिक के लिए समतल व उभरे हुए सतह का अर्थ चिकना होना व खुरदरा है, लेकिन समूह ने अनुभव किया, कि इस समस्या को हल किया जा सकता है। बच्चों को इन संदर्भों को समझने में उनकी सहायता करने के लिए उन्हें कुछ चिकनी व खुरदरी वस्तुओं को दिखा कर उनसे कहा जाए कि वे आँख बंद करके उन्हें महसूस करें। उन्हें किसी अंडे व अनानास की सतहों को अनुभव करने दें व अंतर को देखने दें।

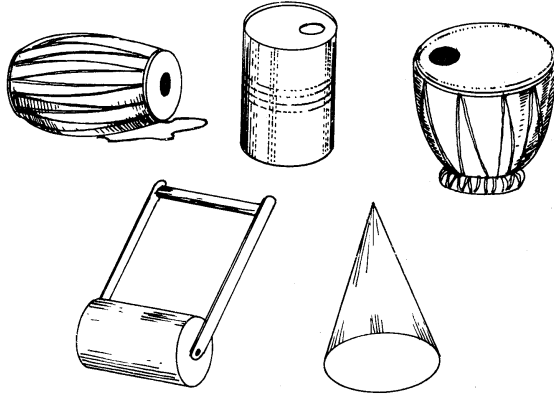
समतल व असमतल सतहों का अंतर करने के लिए बच्चों को मेज के ऊपरी सतह, ब्लैकबोर्ड, फर्श व दीवारों पर ध्यान देने को कहा जा सकता है। अध्यापक तब उन्हें बता सकता है कि यह सभी सतह समतल हैं। इनमें कोई उभार या झुकाव नहीं है। ऐसी सतहों को समतल सतह कहा जाता है। फिर उन्हें गेंद, अंडे व गोल बर्तन आदि की सतह को दिखाया जा सकता है व समझाया जा सकता है कि ऐसे तल उभरे हुए या झुके हुए हैं, इसलिए समतल नहीं हैं।

आप अपने अनुभव को निम्नलिखित अभ्यास द्वारा क्यों न स्पष्ट करें:

E4) क्या आपने कभी यह जानने का प्रयास किया है कि कक्षा चार का बच्चा समतल व असमतल सतहों का अंतर करने के योग्य है या नहीं? यह क्रिया नौ या दस वर्ष के बच्चे के साथ करके उसकी प्रभाविता देखें।

दूसरे समूह ने सुझाव दिया कि अध्यापक बच्चों को कुछ वस्तुएँ जैसे माचिस की डिब्बियाँ, पत्थर के टुकड़े, गोठियाँ, चिट्ठी लिखने वाला कार्ड, ग्लोब, गेंदे, आदि कक्षा में लाने के लिए कह सकता है। अध्यापक कुछ वस्तुओं को जो आसानी से कक्षा में मिल सकती हैं, जैसे कि पेन, पेंसिल, पुस्तकें, पेंसिल बॉक्स इत्यादि को एकत्रित करें, जिनमें सभी प्रकार के पदार्थ सम्मिलित हों अर्थात् बड़े, छोटे, चिकने व खुरदरे व समतल व असमतल। बच्चे से अध्यापक उन्हें दो भागों में अलग-अलग करने को कह सकता है। उदाहरण के लिए, अध्यापक एक पोस्टकार्ड लेकर उसे अपने हाथ से छूकर स्पष्ट रूप से उसकी सतह को बच्चों को महसूस करने के लिए कहे और उसे कुछ समय के लिए उसे अपनी दाहिनी ओर रख दें। इसी तरह कुछ और वस्तुएँ भी समतल सतह वाली ले व उन्हें भी अपने दाहिने ओर रख दें। वह एक गेंद ले सकती हैं व उसे अपने दोनों हाथों से महसूस करें व बच्चों को यह जताते हुए कि इसका तल गोल है व इसे अपने बाँई ओर रख दें। उसके बाद वह बच्चों को वस्तुओं को उठाने के लिए कह सकती हैं व उन्हें समतल व असमतल

सतहों के समूह बनाने को कहें। वह उन से पूछ सकती है कि उन्होंने किसी विशेष वस्तु को उस विशेष समूह में क्यों रखा? वह उनका ध्यान इस ओर भी करवा सकती है कि दोनों ही समूहों में छोटी-बड़ी व चिकनी व खुरदरी सतह वाली वस्तुएँ हैं। श्रेणीकरण का आधार केवल समतल व असमतल सतह हैं। बच्चों के साथ की गई इस प्रकार की आपसी बातचीत उन्हें इस बात का स्पष्टीकरण करने में सहायता कर सकती है कि समतल सतह क्या होती हैं? व असमतल सतह क्या हैं? बच्चों को समतल व असमतल सतहों वाली वस्तुओं को दिखाया जा सकता है या उन्हें देखने के लिए कहा जा सकता है। कुछ बेलनाकार व नुकीली वस्तुएँ जैसे-ढोलक, तबला व तेल का टिन आदि की सतहें समतल व असमतल दोनों तरह की होती हैं। चित्र 3 को देखें।



चित्र 3

- E5) क) समतल सतहों के बारे में अध्यापन के दोनों ढंगों में, जिनकी हमने ऊपर चर्चा की है, उनमें क्या कमियाँ हैं?
- ख) किसी दूसरी क्रिया का सुझाव दें जिसे 50 बच्चों की कक्षा में, इस प्रत्यय को स्पष्ट करने के लिए करवाया जाए।

तीसरी एवं चौथी कक्षा के बच्चों में इस बात की समझ विकसित करने के लिए, कि किस प्रकार कुछ खुरदरी सतह समतल सतहों से संबंधित हैं, उनके साथ हम कागज को मोड़कर क्रियाएँ कर सकते हैं। इस प्रकार की संबंध-स्थापना, उभरी हुई सतहों को समझने में सहायता करती है। बच्चे जिन तीन आयामों वाले कुछ रेखागणित आकारों को प्राथमिक कक्षाओं में सीखते हैं वे घन, घनाकार, बेलन, शंकु व गोलीय हैं। घन, घनाकार व यहाँ तक प्रिज्म को बच्चे चित्रों द्वारा संबंधित कर सकते हैं क्योंकि इनके आकारों को हम रेखागणितीय चित्रों द्वारा जैसे कि समूह, आयत या त्रिभुज द्वारा प्रकट कर सकते हैं लेकिन उन्हें रेखागणितीय आकारों जैसे **शंकु (cone)** व बेलनाकारों को सीखने में समय लगता है।

हम सतहों की समझ विकसित करने के लिए कागज-मोड़ने जैसी क्रियाएँ कर सकते हैं। बच्चे किसी कागज के टुकड़े को एक समतल आयत के आकार के रूप में पहचान सकते हैं। उनके दो किनारों को मिलाकर उन्हें बेलन आकार के बारे में परिचय करवाया जा सकता है। जब बच्चे इस प्रकार के बेलनाकार का निर्माण करेंगे तो वे यह भी समझ लेंगे कि बेलन की सतह का क्षेत्रफल और कुछ न होकर केवल आयत के समतल सतह का क्षेत्रफल ही है। इस तरह हम शंकु का भी परिचय करा सकते हैं। किसी आधे गोले को मोड़कर। गोले को सतह के क्षेत्रफल व आयतन के मापन के द्वारा परिचित करवाना बहुत अधिक कठिन है क्योंकि कागज मोड़ कर की जाने वाली क्रियाएँ भी इसमें सहायता नहीं करती।

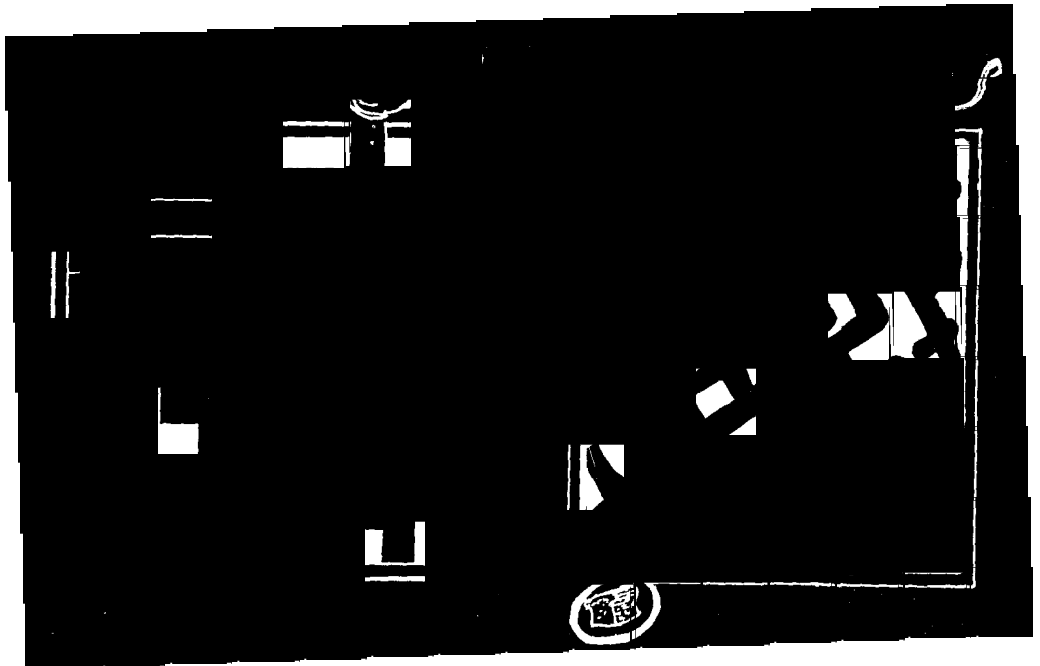
हमने इस भाग में समतल व असमतल सतहों को जाना। सतहों की इस प्रकार की जानकारी क्षेत्रफल व उसके माप की समझ के लिए आवश्यक है। कुछ और शब्दावली जैसे कि बंद व खुले चित्र, नियमित व अनियमित चित्र, समतुल्य व असमतुल्य चित्रों, क्षेत्रफल व आयतन को समझने की आवश्यकता है। अगले भाग में हम देखेंगे कि कैसे चित्रों का यह श्रेणीकरण हमें आकारों को समझने में सहायता करता है? और कैसे यह समझदारी इन आकारों के उन विशेषताओं के साथ संबंध स्थापन में सहायता करती है, जिनके मापन के बारे में हम अगली इकाई में पढ़ेंगे।

12.6 क्या कुछ आकृतियाँ विशिष्ट होती हैं?

कुछ चित्र किसी वस्तु के उन पक्षों को समझने में अधिक सहायक होते हैं, जिन्हें हम मापना चाहते हैं। यदि हम किसी तार की लम्बाई को नापना चाहते हैं व उसका चित्र एक रेखा द्वारा बनाते हैं तो हम तुरंत उसकी लम्बाई के बारे में सोच सकते हैं। हम एक आयाम वाले आकारों को एक रेखा खंड द्वारा चित्रित करके लम्बाई से संबंधित कर सकते हैं। समतल आकार के किसी भाग के क्षेत्रफल के संदर्भ के लिए हमें बंद चित्र की धारणा की आवश्यकता है। हम सम चित्रों के क्षेत्रफल को अव्यवस्थित चित्रों के मुकाबले बहुत अधिक वास्तविक ढंग से माप सकते हैं। जब बच्चे व्यवस्थित व अव्यवस्थित वस्तुओं के बीच अंतर समझ लेते हैं, तब उन्हें उन कठिनाईयों से परिचित कराया जा सकता है, जो किसी वस्तु की सतह को मापते समय उत्पन्न हो जाती हैं। चित्रों में समतुल्यता हमें मापन कार्य में बहुत सहायता करती है। इस भाग में हम इन संदर्भों को अलग से देखेंगे।

12.6.1 खुली व बंद आकृतियाँ

रविवार के दिन मेरी दोस्त के घर होने वाली सामान्य मुलाकात के दौरान मैंने उसके 9 वर्षीय बेटे को गंभीरतापूर्वक एक पुस्तक में लीन पाया। यह एक बच्चों की पत्रिका थी। वह एक नाविक की सहायता कर रहा था जो छुपे हुए खजाने के रास्ते की ओर जाते समय एक भूलभुलैया में फँसा था। (चित्र 4 देखें।)



चित्र 4: नाविक की भूलभुलैया

वह अपने कार्य में इतना मग्न था कि उसने मुझे नहीं देखा। अंत में वह नाविक के रास्ते को ढूँढ़कर उसकी सहायता करने में सफल हो गया। उसकी मम्मी रेणु ने शिकायत की राम हर समय पहेलियों के हल ढूँढ़ने में ही अपना समय नष्ट करता रहता है व बिल्कुल भी अपनी पाठ्यपुस्तक नहीं पढ़ता। अधिकतर माता-पिता को इसी तरह की शिकायत होती है।

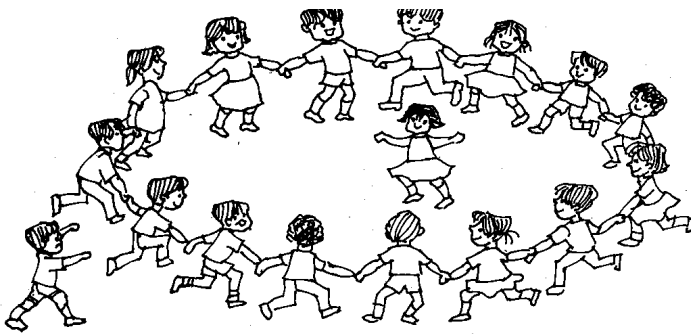
मुझे रेणु को यह समझाना पड़ा कि बच्चों की पत्रिकाओं में दी गई अधिकतर पहेलियाँ उनकी काफी सहायता करती हैं। उनके ध्यान केन्द्रित करने के स्तर का परीक्षण करने के अलावा पहेलियाँ उन्हें गणित के पाठों को समझने में भी सहायता करती हैं लेकिन वे इस बात से विश्वस्त नहीं हुईं, इसलिए मैंने राम से बातचीत करने का फैसला किया।

मैंने राम से पूछा कि क्या आपने कक्षा में बंद व खुले चित्रों के बारे में सीखा था उसने कहा, हाँ। लेकिन यह पहेली उन वस्तुओं को सीखने में मेरी कैसे सहायता करेगी?

मैंने उससे उसकी वह कापी मँगवाई। उसमें उसने लिखा था, "बंद चित्र" वह है जो शुरु होने वाले बिन्दु पर समाप्त हो जाता है व 'खुला चित्र' शुरु होने वाले बिन्दु पर ही समाप्त नहीं होता। उसने बंद चित्र व खुले चित्र को दिखाने के लिए एक चित्र भी खींचा था। जब मैंने उसे बंद चित्र बनाने को कहा तो उसने बिना किसी बदलाव के अपनी कापी में बनाए हुए चित्र की नकल कर दी। जब मैंने वैसा एक चित्र बनाकर उससे पूछा कि क्या ये बंदचित्र है? तो वह इसका उत्तर नहीं दे पाया।

E6) क्या आप सोचते हैं कि राम बंद चित्र के संदर्भ को समझता है? अध्यापक के तौर पर आप अपने विद्यार्थियों को इस संकल्पना को कैसे समझाएँगे? क्या आप समझते हैं कि कोई खेल या क्रिया इस संकल्पना को समझने के उद्देश्य को अच्छा बना सकती है? अगर ऐसा है तो कौन-सी क्रिया द्वारा ऐसा किया जाए?

तभी पड़ोस के घर से बहुत शोर आने लगा जहाँ पर कुछ बच्चे "लोमड़ी तथा मुर्गी" वाला खेल खेल रहे थे। मैंने राम को उस खेल को देखने के लिए कहा। बच्चों ने एक बड़ा घेरा बनाने के लिए एक-दूसरे के हाथ पकड़े हुए थे, जो कि पिंजरा था। एक बच्चा जो कि "लोमड़ी" बना था, पिंजरे के चारों ओर गोल घेरे में भाग रहा था तथा दूसरा बच्चा जो "मुर्गी" बना था, उसे पिंजरे में सुरक्षापूर्वक रखा गया था (चित्र 5 देखें)।



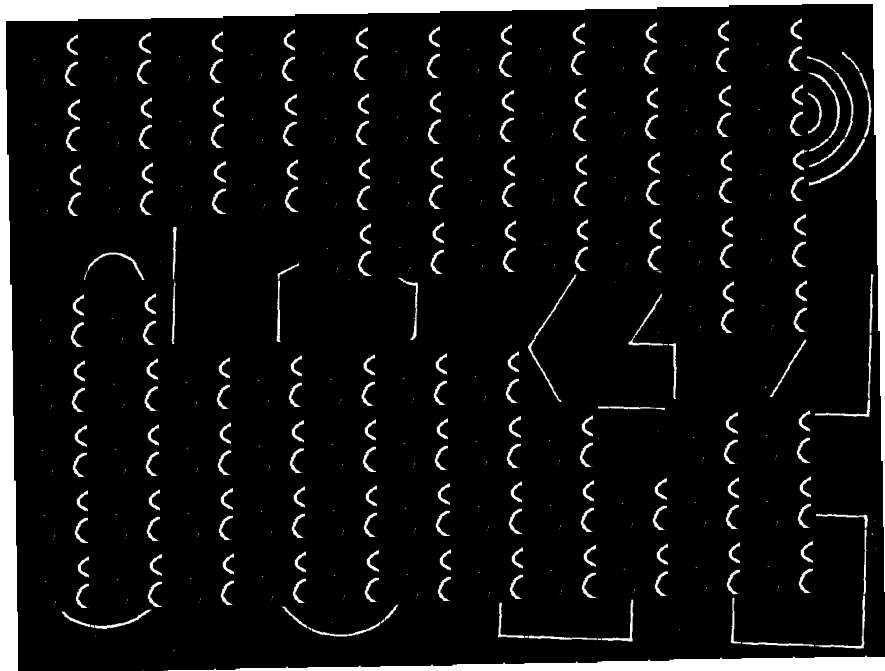
चित्र 5: लोमड़ी तथा मुर्गी

लोमड़ी अंदर आने का रास्ता ढूँढ़ रही थी, लेकिन वह आ नहीं पा रही थी। मैंने राम से पूछा कि लोमड़ी मुर्गी को पकड़ क्यों नहीं पा रही है? उसने कहा कि लोमड़ी के पास अंदर जाने के लिए कोई दरवाजा नहीं है, क्योंकि पिंजरा कहीं से भी खुला नहीं है।

मैं: आप कब कहोगे कि यह खुला है?

राम: जब इसमें अंदर जाने का कोई रास्ता हो।

मैंने उसे बताया कि पिंजरा हर तरफ से बंद है व मैंने जमीन पर भिन्न आकारों के पिंजरों की कुछ और चित्र खींचे (जैसे कि चित्र 6 में दिखाया गया है) और उससे पूछा कि अब वह बताएँ कि इनमें से कौन से बंद व कौन से खुले चित्र हैं?



चित्र 6

उसने खुले और बंद चित्रों को केवल अंदर जाने के रास्ते को देखकर उसके आधार पर सही बताया।

मैं: आप अपने "नाविक व कोष" के बारे में क्या सोचते हैं? उस पहेली तथा भूलभुलैया के बारे में बताएँ कि क्या वह खुला चित्र है?

राम: मुझे देखने दें। यहाँ खजाने तक पहुँचने के लिए बाहर से एक रास्ता है। इसलिए, आप यहाँ से अंदर जा सकते हैं। इसलिए यह खुली है। है कि नहीं?

मैं: हाँ यह खुला चित्र है। इसलिए जो पहले आप कर रहे थे वह आपके खुले व बंद चित्रों के समान ही है, जिनके बारे में आपने अपनी कक्षा में सीखा है?

राम: अब मैं वह समझ रहा हूँ जो मैंने अपनी कापी में लिखा था, कि किसी बंद चित्र में शुरुआती बिन्दु व अंतिम बिन्दु समान होने चाहिए।

E7) क्या आप बंद व खुले चित्रों के बारे में इसी प्रकार पढ़ा रहे थे जैसे कि ऊपर बताया गया है। क्यों न आप इस ढंग का प्रयोग अपने घर में व आसपड़ोस में रहने वाले कुछ 9 वर्षीय बच्चों के साथ करें व फिर उसके प्रभाव को देखें।

यद्यपि बच्चों को केवल बंद चित्रों को परिभाषित करके, उनकी समझ के बारे में मूल्यांकन करना ही काफी नहीं है। उन्हें इस धारणा का प्रयोग विभिन्न संदर्भों में करने योग्य बनाना है। इसके लिए अलग-अलग स्थितियों के अभ्यास की आवश्यकता है। इसको करने का अच्छा ढंग दिलचस्प व चुनौतीपूर्ण पहेलियाँ हैं।

ठोस वस्तुएँ जैसे लकड़ी के टुकड़ों, धागा, तार आदि द्वारा कक्षा में अनेकों क्रियाएँ की जा सकती हैं। यहाँ पर हम आपको एक ऐसी ही एक क्रिया का उदाहरण दे रहे हैं।

एक अध्यापिका अपने साथ 20 के करीब लकड़ी के टुकड़े व धागे का एक गोला कक्षा में लेकर आई। उसने प्रत्येक समूह को पाँच टुकड़े दिए व कहा कि वे इसके साथ जो भी बंद आकार/चित्र बनाना चाहते हैं, बनाएँ। प्रत्येक समूह ने प्रसन्नता से इस क्रिया को किया। विभिन्न आकृतियों को बनाने के लिए उन्होंने अपने पाँच टुकड़ों को विभिन्न तरीकों से सजाया।

अध्यापिका: आपके द्वारा बनाए गए बंद चित्रों की सभी रूपरेखाएँ सीधे कोनों वाली हैं। क्या आप ऐसे चित्र बना सकते हैं जिसके किनारे सीधे न हो?

एक लड़का: (थोड़ासा हिचकिचा कर), मैडम, अगर आप मुझे थोड़ा-सा धागा दें तो मैं कोशिश कर सकता हूँ।

अध्यापिका: अच्छा ठीक है, यहाँ आओ, यह धागा लो और कोशिश करो।

लड़के ने धागे को लकड़ी के टुकड़े के अंतिम छोर से बाँध कर बिना सीधे किनारों वाला चित्र बनाया।

अध्यापिका: बहुत अच्छे (अध्यापिका ने इसे कक्षा के सभी बच्चों को दिखाया) क्या दो टुकड़ों का प्रयोग करके बिना किसी और वस्तु का प्रयोग किए, बंद चित्र बनाना संभव है बच्चों ने उन दो लकड़ी के टुकड़ों को विभिन्न ढंगों से लगाने की कोशिश की लेकिन उन्हें सफलता नहीं मिली। इसलिए उन्होंने चिल्लाकर कहा, नहीं मैडम।

अध्यापिका: क्या इसका यह अर्थ है कि हमें किसी बंद चित्र को बनाने के लिए कम से कम तीन टुकड़ों की आवश्यकता है?

बच्चे: हाँ ! मैडम



बच्चे बहुत खुश व उत्साहित लग रहे थे। वे धागे के प्रयोग द्वारा और चित्रों को बनाना चाहते थे। अध्यापिका ने बच्चों को और रूपरेखाएँ बनाने के लिए थोड़ा-थोड़ा धागा दिया।

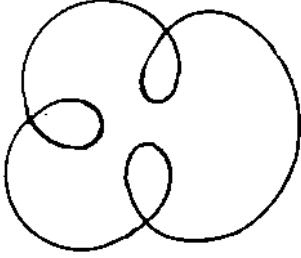
केवल, जब बच्चों को बंद चित्र व सीधे किनारों जैसे संदर्भों की अभिभूति हो जाएँ तभी उन्हें आयत, चतुर्भुज, पंचभुज, षट्भुज, अष्टभुज जैसे शब्दों से परिचित करवाया जाना चाहिए वह भी इस प्रकार कि वह इस तरह के शब्दों को भारी महसूस न करें।

हमें उन्हें सभी आकारों का अध्ययन करवाने की आवश्यकता नहीं है। हम उन्हें विभिन्न लम्बाई व एक ही लम्बाई वाले टुकड़े, रंगीन पाइप, माचिस की तीलियाँ व सीधी तार के टुकड़े आदि उपलब्ध करवा सकते हैं। तब उन्हें कहें कि वे इन वस्तुओं के प्रयोग द्वारा जो भी बंद चित्र बनाना चाहते हैं, बनाएँ। छोरों की फ्रेम बनाने के लिए उन्हें आपस में जोड़ा जा सकता है और लकड़ी के टुकड़ों को किसी गत्ते पर भी चिपकाया जा सकता है।

E8) यह दर्शाने के लिए आप किस प्रकार की क्रिया कर सकते हैं:


- i) एक बंद चित्र/खुला चित्र, जिसके किनारे सीधे हों या सीधे न हों। या दोनों ही हों।
- ii) एक खुला चित्र, जिसके किनारे सीधे हों व उसके बहुत से कोने हों।
- iii) एक सीधे किनारों वाला चित्र, जिसके कम से कम तीन किनारे हों, जिसे बंद बनाया जा सके।
- iv) एक बंद चित्र, जिसका अंदर व बाहर हो, जिसे चित्र का बाह्य स्वरूप व आंतरिक स्वरूप कहा जाएँ।

बहुत से बच्चे तथा किशोर भी यह निश्चित नहीं कर पाते कि  ये चित्र बंद चित्र हैं। वे यह समझते हैं कि इसका कुछ भाग ही बंद है जबकि ये बंद चित्र की तरह नहीं लगता इसी तरह  आकृति है। आप क्या सोचते हैं? इस संदेह को दूर करने के लिए क्या किया जाए? आओ देखें कि चौथी कक्षा की अध्यापिका ने उसे किस तरह से व्यवस्थित किया।



चित्र 7: एक बंद आकृति

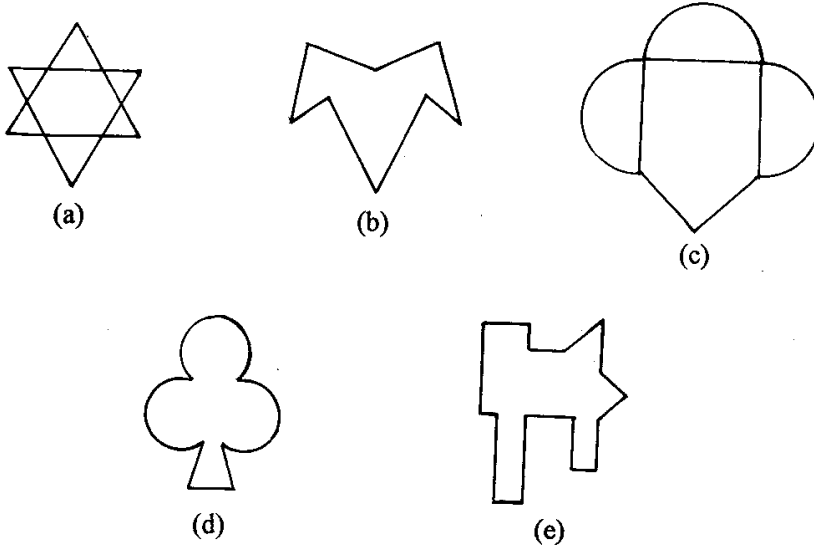
अध्यापिका ने कागज पर रेखांकित बंद चित्र द्वारा प्रदर्शित किया कैसे पेंसिल आकृति के आस-पास एक दिशा में चलती है। किसी भी स्थिति से आरंभ करके आकृति के किसी भी भाग को बिना दो बार पार किए फिर वह उसी स्थिति पर वापिस पहुँचती है। **किसी आकृति पर आप किसी भी स्थिति से किसी दिशा में आरंभ करे, यदि आपके लिए यह संभव है कि आप उसी स्थिति पर आकृति के किसी भाग को दो बार पार किए बिना पहुँच जाते हैं, तब यह बंद आकृति है।**

तब अध्यापिका ने  आकृति बनाई। बच्चों ने पाया कि वे आरंभिक स्थान पर वापिस नहीं पहुँच पाएँ। इसलिए यह बंद चित्र नहीं है। फिर अध्यापिका ने एक और आकृति (चित्र 7) बनाई, जो अपने आपको काटती है और बच्चों से कहा कि क्या यह आकृति बंद चित्र है? उन्होंने बच्चों से कहा कि वे आकृति के चारों तरफ पेंसिल घुमा कर देखें कि क्या वे किसी स्थिति से आरंभ करके उसी बिन्दु पर पहुँच सकते हैं जहाँ से शुरू किया था। उन्होंने पाया कि यह संभव था, इसलिए यह बंद आकृति है। फिर अध्यापिका ने दो तीन और आकृतियाँ रेखांकित की तथा बच्चों से कहा कि वे इन आकृतियों को खुली/बंद आकृतियों में श्रेणीकरण करें। जब उन्हें संतोष हो गया तो उन्होंने कुछ ओर समस्याओं का हल करने का गृहकार्य दिया।

एक दूसरा क्षेत्र, जिसमें अधिकतर बच्चों व कुछ प्रौढ़ों को भी भ्रान्तियाँ हैं, वह नियमित व अनियमित आकृतियों का क्षेत्र है। आओ कुछ विधियों पर ध्यान दें, जिससे इस धारणा को स्पष्ट किया जा सके।

12.6.2 नियमित आकृतियाँ

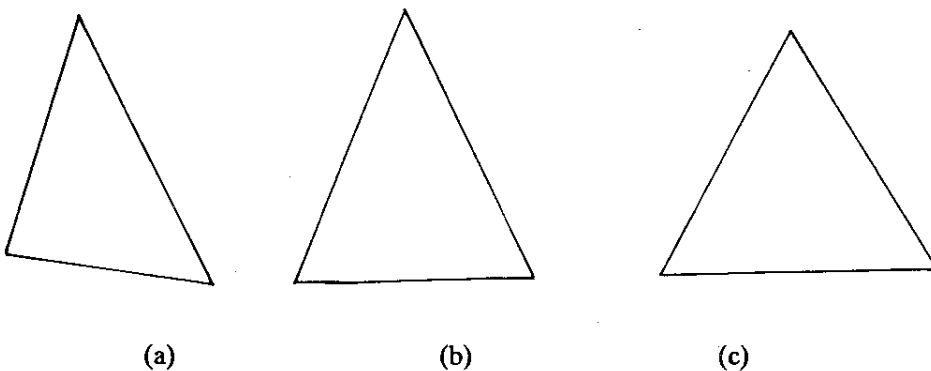
कुछ अध्यापकों का यह मानना है कि केवल बहुभुज व वृत्त ही नियमित आकृतियाँ हैं। कुछ दूसरे कहते हैं कि इनके मिलान द्वारा बनी हुई कोई आकृति भी नियमित आकृति ही होती है। सत्य तो यह है कि 10-11 वर्ष के बच्चों के लिए अनियमित व नियमित आकृतियों में अंतर कर पाना कठिन है। अधिकतर बच्चों ने संदेह जताया कि क्या नीचे दी गई आकृतियाँ नियमित हैं? (चित्र 8 देखें)।



चित्र 8

[?] आपका इन आकृतियों/ चित्रों के बारे में क्या कहना है?

बच्चों के लिए इन संकल्पनाओं में दक्षता प्राप्त करना वास्तव में कठिन है। उन्हें नियमित व अनियमित आकृतियों में अंतर समझाने के लिए आप अपने विद्यालय के या आसपड़ोस के 10 वर्षीय बच्चों के साथ एक क्रियाकलाप का आयोजन कर सकते हैं। क्रियाकलाप आरंभ करने से पहले आप यह सुनिश्चित कर लें कि बच्चे त्रिभुज, चतुर्भुज व वृत्त जैसे आकारों को पहचानते हैं। उन्हें इनके नाम पता होने चाहिए। पहले आप समतल सतहों व बंद आकृतियों के बारे में आरंभ कर सकते हैं। कुछ लकड़ी के टुकड़े/खपच्चियाँ इकट्ठी करें व कागज की त्रिभुज, चतुर्भुज, वृत्त, अर्ध वृत्त वाली आकृतियों की कतरने लें। बच्चों को उनके नाम बताने दें व उनके कोनों और किनारों को गिनने दें। उन्हें यह बता दें कि ये नियमित आकृतियाँ हैं। पहले आप बंद आकृतियों पर अधिक ध्यान दें (जिनके किनारे सीधे हों) व त्रिभुज के बारे में चर्चा से आरंभ करें। आप बच्चों को विभिन्न त्रिभुजों को देखने के लिए कहें (चित्र 9 देखें) व उन्हें कहने दें कि ये नियमित आकृतियाँ हैं:



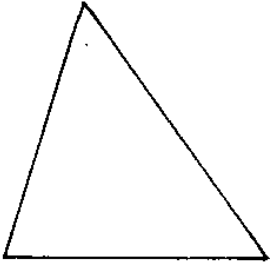
चित्र 9

एक बार उन्हें नियमित आकृतियों की जानकारी हो जाएँ, तब उन्हें विभिन्न प्रकार के त्रिभुज व चतुर्भुज से परिचित करवाया जा सकता है। इसके लिए विभिन्न लम्बाई के लकड़ी के टुकड़े/खपच्चियाँ इकट्ठी करनी होंगी। बच्चे उन खपच्चियों द्वारा निम्नलिखित प्रकार के त्रिभुजों के आकार बनाएँ:

- 1) सभी लकड़ी के टुकड़े एक ही लम्बाई के हों
- 2) दो टुकड़े एक लम्बाई के हों।
- 3) तीनों टुकड़े ही भिन्न-भिन्न लम्बाई के हों।

आप उन्हें यह सुझाव दें कि यद्यपि यह सभी त्रिभुज ही हैं लेकिन प्रत्येक को एक-दूसरे से अलग करने के लिए उनके कोनों की लम्बाई के आधार पर एक भिन्न नाम की आवश्यकता है। तब आप उन्हें **समभुज**, **समद्विबाहु** व **विषमभुज** जैसे नामों से परिचित करवाएँ।

यह आमतौर पर देखा गया है कि बच्चों को बहुत से शब्दों के अर्थ के बारे में बिल्कुल गलत भ्रांतियाँ होती हैं। उनमें से बहुतों के लिए कोई आकृति अगर समबाहु है तो त्रिभुज हो सकती है। वैसे भी बच्चे से आकृतियों की स्थिति से अक्सर बिना किसी कारण ही प्रभावित हो जाते हैं, कभी-कभी वे उन्हें त्रिभुज की आकृति के रूप में नहीं पहचानते, अगर उनकी भुजा उस कागज के धरातल के समांतर नहीं है जिस पर वे कार्य कर रहे हैं। (चित्र 10 देखें) बच्चों को इन संकल्पनाओं को समझाने के लिए काफी अभ्यास करवाने की आवश्यकता है। अध्यापिका विभिन्न लम्बाई के लकड़ी के टुकड़ों का उपयोग करके, विभिन्न प्रकार के त्रिभुज बनाकर बच्चों को उनकी पहचान करवाने में सहायता कर सकती है।



चित्र 10

बच्चों को अध्यापिका द्वारा सुझाई हुई त्रिभुज की आकृति बनाने के लिए सही आकार के लकड़ी के टुकड़े चुनने के अवसर मिलने चाहिए। बच्चे उस त्रिभुज का नाम बताने योग्य होने चाहिए, जो लकड़ी के ऐसे टुकड़ों द्वारा बनाई जाए, जिनकी लम्बाई ज्ञात हो। उदाहरण के तौर पर, अध्यापक लकड़ी के तीन टुकड़े जिनकी लम्बाई 10 से.मी., 10 से. मी. व 8 से.मी. हो बच्चों को दें और बच्चों से पूछें कि कौन सा त्रिभुज बन सकता है? क्या मैं समकोण त्रिभुज बना सकता हूँ? और क्या मैं इसके द्वारा समद्विबाहु त्रिभुज बना सकता हूँ? इत्यादि। एक महत्वपूर्ण बिन्दु, जो आप अवश्य सुनिश्चित करें कि जब बच्चों को विभिन्न त्रिभुजों की पहचान करवाएँ तो बच्चों के लिए यह जानना आवश्यक है कि किसी भी लम्बाई के कोई भी तीन लकड़ी के टुकड़े में दो की लम्बाई का योग तीसरे टुकड़े की लम्बाई से अधिक होना आवश्यक है। आओ देखें, आप इसे समझने में किस प्रकार बच्चों की सहायता करेंगे।

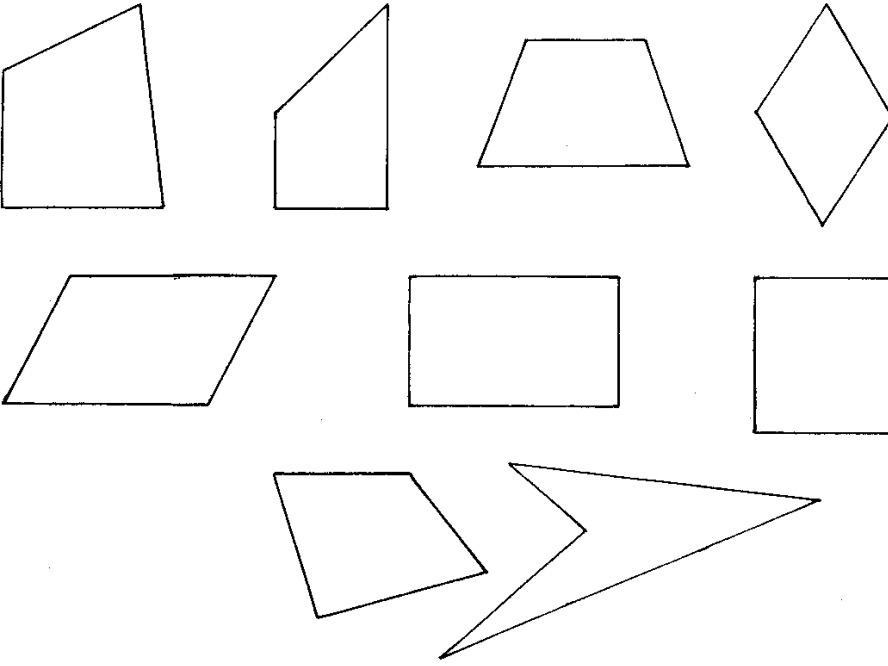
E9) किसी भी लम्बाई के तीन लकड़ी के टुकड़े त्रिभुज नहीं बना सकते। इस संकल्पना के अधिगम के लिए एक क्रिया विकसित करें।

त्रिभुजों से बच्चों को परिचित करवाने के बाद, इसी प्रकार आप उन्हें चतुर्भुजों से परिचित करवा सकती हैं। इसके लिए कि बच्चे स्वयं विभिन्न प्रकार के चतुर्भुजों को स्वयं ध्यान पूर्वक देखें व उनका विश्लेषण करें। पूरी कक्षा के साथ गतिविधियों व सामूहिक क्रियाओं का आयोजन किया जाना चाहिए।

विभिन्न लम्बाई के 40 लकड़ी के टुकड़े इकट्ठे करें। उन्हें मेज पर चार अलग-अलग ढेरियों में रखें। प्रत्येक ढेर में एक समान लम्बाई के लकड़ी के टुकड़े होने चाहिए। बच्चों को किन्हीं भी चार टुकड़ों को अपनी इच्छानुसार चुनने दें:

- 1) सभी एक ही लम्बाई के टुकड़े, एक ही ढेर से।
- 2) 2 एक ढेर से व 2 किसी दूसरे ढेर से।
- 3) 3 एक ढेर से व 1 किसी दूसरे ढेर से।
- 4) प्रत्येक ढेर से एक टुकड़ा।

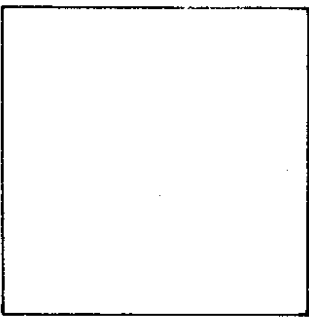
उन्हें जमीन पर अपने टुकड़ों द्वारा एक चार-भुजा वाला आकार बनाने दें। आकृतियाँ कुछ इस प्रकार दिखेंगी जैसे कि चित्र 11 में दिखाया गया है।



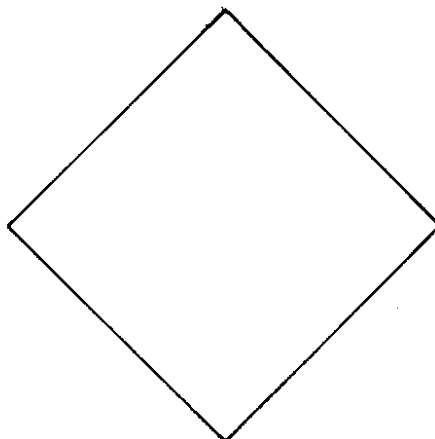
चित्र 11

बच्चों को इन आकृतियों का अवलोकन करने दें। तब आप चर्चा आरंभ करके उनसे इन आकृतियों में, उनके किनारे के आधार पर अंतर पूछ सकते हैं। अगर वे ऐसा नहीं कर पाते तो आप उन्हें अधिक प्रश्नों द्वारा यह पूछ सकते हैं कि क्या आप बता सकते हैं कि प्रत्येक आकृति के कितने कोने हैं? प्रत्येक आकृति में कितने किनारे हैं, इत्यादि।

त्रिभुज के समान ही चतुर्भुज के भी नामों जैसे कि **आयत**, **वर्गाकार**, **समांतर** व **समलंब** आदि से परिचित करवाएँ। यहाँ पर आप अपनी चर्चा को केवल भुजाओं की लम्बाई तक सीमित रख सकते हैं। आरंभ में समांतरता व कोणों को बराबर होना, आदि को बताने की आवश्यकता नहीं है। लेकिन इसे उस समय लिया जाना चाहिए, जब बच्चे किसी आकार को वर्गाकार कहें क्योंकि वह समूह जैसा दिखता है (चित्र 12(क)), किसी ओर कारणवश नहीं। वे चित्र 12(ख) में दिखाएँ चित्र को समूह नहीं कहें क्योंकि यह उन्हें समूह आकार नहीं दिखता।

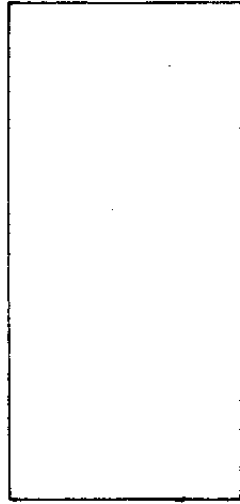


चित्र 12(क)



चित्र 12(ख)

और अधिकतर के लिए चित्र 13(क) एक आयत नहीं है क्योंकि वे सोचते हैं कि आयत समतल व लम्बी होती है व बहुत चौड़ी नहीं होती। वे चित्र 13(ख) को समूह मानने से इंकार करते हैं क्योंकि ये बहुत पतली/संकीर्ण है तथा क्योंकि एक आयत किसी समूह से दुगने आकार की होती है

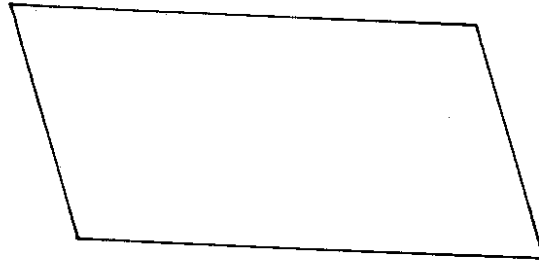


चित्र 13(क)

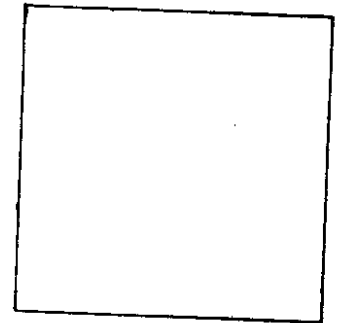


चित्र 13(ख)

इसी प्रकार कुछ के लिए अ-समकोणों वाली समांतर चतुर्भुज चित्र 14(क) एक आयत है और समूह चित्र 14(ख) एक आयत नहीं है।



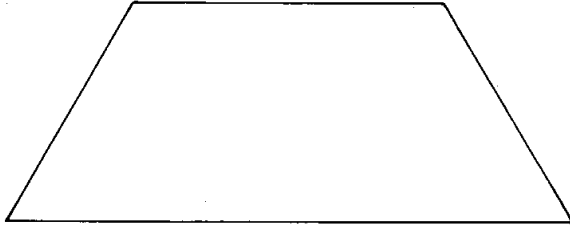
चित्र 14(क)



चित्र 14(ख)



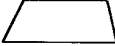



आप उन्हें दिखा सकते हैं कि किस प्रकार उन्हीं चार लकड़ी के टुकड़ों को भिन्न तरीके से रखकर उनकी स्थिति बदलकर बच्चों को नए विभिन्न चतुर्भुज आकारों को बना सकते हैं। बच्चों को नए विचारों से परिचित होने के लिए उपयुक्त अभ्यास करवाएँ। किसी आकृति को दिखाकर, उसका नाम बताना या उस आकृति की नकल बनाना व उसे नामित करना शब्दावली को मजबूत करता है व बच्चों को भागों के अंतर्संबंधों को जानने को मौका देता है (उदाहरण के तौर पर समांतर चतुर्भुज की दोनों सामने की भुजाओं की लम्बाई समान होती है)।

एक समलंब बनाने के लिए पहले दो लकड़ी के टुकड़ों को बराबर चौड़ाई पर रखें (किसी गत्ते के चौकोरे डिब्बे के आमने-सामने के कोनों पर)। बच्चों को समझने दे कि उन्होंने समदूरी कोनों के जोड़े को बनाया तब दो और लकड़ी के टुकड़े रखें व उनके कोनों को जोड़ दे या मिला दें जैसे कि चित्र 15 में दिखाया गया है।



चित्र 15 समलंब

अब दो समदूरी पर रखे लकड़ी के टुकड़ों में से एक की स्थिति बदल दें। व बच्चों को यह देखने दें कि अब यह समलंब नहीं है। इसी प्रकार सभी आकारों के गुणों से परिचय करवाएँ, ताकि बच्चे प्रत्येक आकृति व उसके विशेष गुणों की पहचान सकें। जैसे कि :

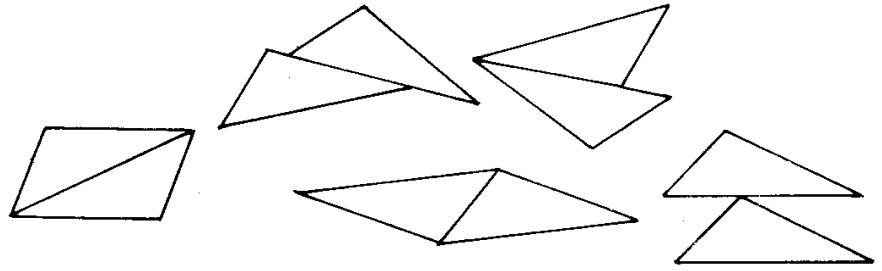
- 1) सभी चार कोनों वाली आकृतियाँ चतुर्भुज हैं। 
- 2) किसी चतुर्भुज के चार कोने विभिन्न लम्बाई के या एक ही क्षेत्रफल के हो सकते हैं। 
- 3) एक समलंब चतुर्भुज में कोनों का एक जोड़ा समान दूरी पर होता है। 
- 4) एक समांतर चतुर्भुज में दो आमने-सामने के कोने एक ही लम्बाई के होते हैं।
- 5) कोई भी समांतर चतुर्भुज समलंब है। 
- 6) कोई भी आयत समांतर चतुर्भुज है। 
- 7) वर्गाकार चतुर्भुज, एक समांतर चतुर्भुज है, वर्गाकार चतुर्भुज आयत है। 

कक्षा में कुछ आसान क्रियाकलापों को आयोजित किया जा सकता है। बच्चों को 4-5 समूहों में बाँट लें। प्रत्येक समूह को लकड़ी के टुकड़ों द्वारा बनाए हुए समांतर चतुर्भुज दें। बच्चों से उसको केवल उसके कोनों को ठीक करके एक आयत में बदलने को कहो, फिर उनसे पूछें कि कब एक समांतर चतुर्भुज को आयत में बदला जा सकता है? क्या समूह एक आयत है इत्यादि? यह उन्हें इन दोनों के अंतर को पहचानने के योग्य बनाएगा।

E10) एक सामूहिक क्रियाकलाप सोचें, जिसे कक्षा में आयोजित करना है, जहाँ पर प्रत्येक बच्चा ऐसी वस्तुएँ अपनी कक्षा में या अपने आस-पास खोजे जो उन्हें दिए गए चतुर्भुज के आकार से मिलते जुलते हों।

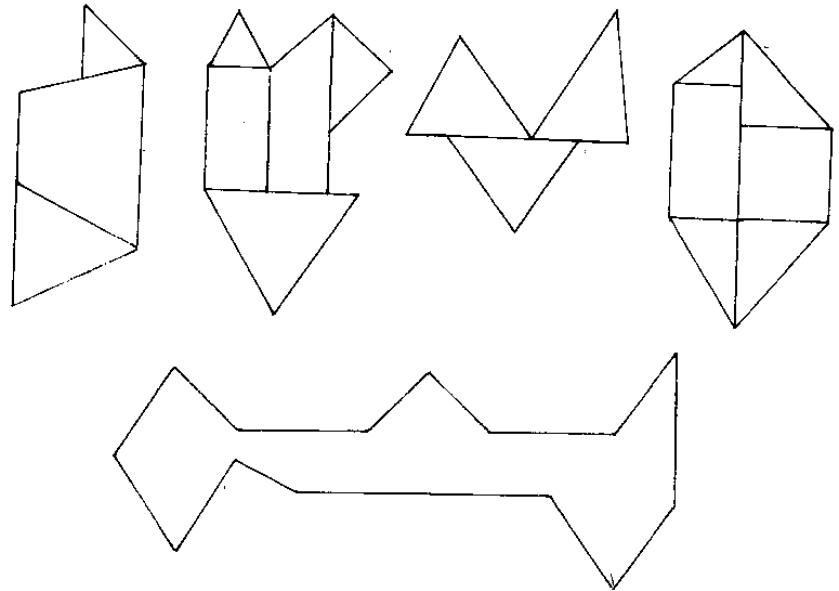
एक बार बच्चे मूल आकारों जैसे : समूह, आयत, त्रिभुज जैसे आकारों के बारे में विश्वस्त हो जाएँ और समझ लें कि ये सभी सीधे किनारों वाले नियमित आकार हैं तब उन्हें इन्हें जोड़कर नए आकारों को बनाने का अनुभव दें। इस कार्य में सहायता करने के लिए नीचे दी गई क्रिया करें।

गत्ते के कुछ तिकोने टुकड़े इकट्ठे करें, चिकना कागज या आम कागज लें। बच्चों को दो तिकोने टुकड़ों को जोड़कर बिना एक-दूसरे के ऊपर रखें नए नमूने बनाने को कहें। उनके आकार निम्नलिखित हो सकते हैं (चित्र 16 देखें)।



चित्र 16

बच्चों के लिए इन संयुक्त नियमित आकारों के नाम बता पाना कठिन लगता है क्योंकि वे ऐसे उदाहरणों से परिचित नहीं हैं। आप उन्हें बता सकते हैं कि प्रत्येक आकार अपने आपमें नियमित है। इसके बाद उन्हें नए नमूने बनाने दें। कितने ही त्रिभुजों व चतुर्भुजों को मिलाकर वे इन्हें बना सकते हैं, इनमें से प्रत्येक आकार एक नियमित आकार होगा। आप अपने आप भी त्रिभुज व चतुर्भुजों द्वारा कुछ नियमित आकारों का निर्माण करें। जैसे कि चित्र 17 में व बच्चों को उन्हें परिचित आकारों में (लकड़ी के टुकड़ों का प्रयोग करके उनके भागों को दिखाने के लिए) बाँटने के लिए कहें।

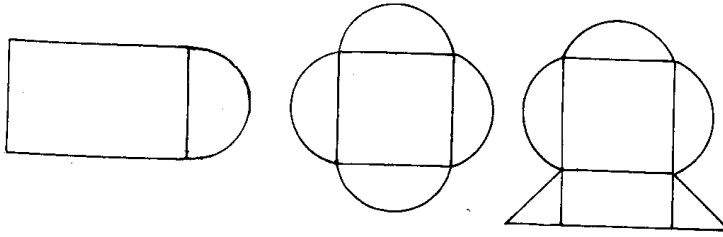


चित्र 17

उन्हें इनमें जितने भी त्रिभुज या चतुर्भुज मिलते हैं, उन्हें गिनने दें। और भी आकारों को रेखांकित करें व उन्हें बच्चों को विभिन्न आकारों में बाँटने के लिए कहें। वे उन्हें दोबारा सजाकर विविध नए आकारों को बना सकते हैं। ऐसी क्रियाएँ बच्चों में समकोण तथा समांतरता जैसी धारणाओं को विकसित करने में सहायता करती है तथा भौगोलिक समझ को प्रोत्साहित करती है।

E11) 10-11 वर्ष के बच्चों को आप नियमित आकारों की संकल्पना से कैसे परिचित करवाएँगे? आप इसे करने के लिए क्या गतिविधि करेंगे?

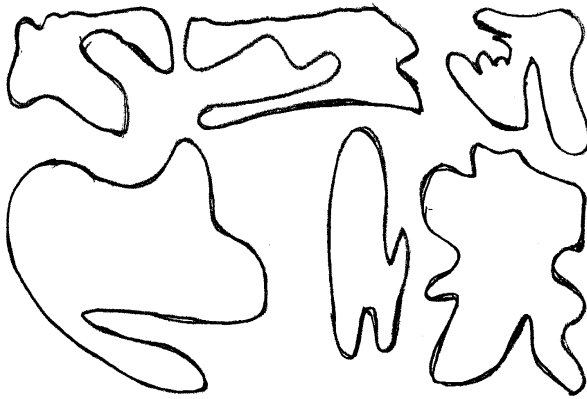
सीधे किनारों वाले नियमित आकारों से परिचय करवाने के बाद बच्चों को आप वृत्त, वृत्त के भागों तथा त्रिभुज व चतुर्भुज द्वारा उन्हें मिलाकर आकार/नमूने बनाने के लिए कह सकती है। उन्हें नीचे दिए चित्र 18 की तरह, इन आकारों द्वारा संयुक्त नमूने बनाने को कहें।



चित्र 18

बच्चों को यह बता दिया जाना चाहिए कि प्रत्येक आकृति एक नियमित आकृति है।

आप सोचते हैं कि क्या बच्चे यह सोचकर आश्चर्यचकित होंगे कि क्या सिर्फ नियमित आकृतियाँ ही होती हैं? या फिर हमारे पास ऐसी आकृतियाँ भी हैं, जो नियमित नहीं हैं। उन्हें कुछ आकार दें जैसे कि चित्र 19 में दिखाए गए हैं:



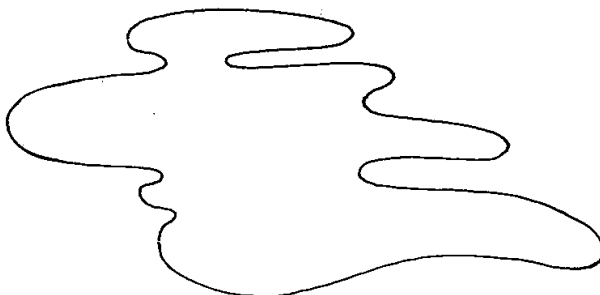
चित्र 19

उन्हें इन आकृतियों/चित्रों को रेखागणितीय आकारों जैसे त्रिभुज, वृत्त आदि में विभाजित करने के लिए कहें। यह करने से वे जान जाएँगे कि ये करना संभव नहीं है तथा वे इस बात को मान लेंगे कि आकृतियाँ ऐसी भी होती हैं, जो नियमित नहीं होती।

अगर बच्चे इस अभ्यास द्वारा इस बात को स्वीकार नहीं करते तो कुछ ऐसी क्रिया सोचें जिसे जब आप करें तो वे इससे जरूर स्वीकार लें।

E12) कुछ ऐसी क्रियाएँ सोचें जो बच्चों को यह विश्वास दिलाएँ कि हमारे आस-पास कुछ ऐसे आकार भी होते हैं जिनके चित्र अनियमित होते हैं।

यहाँ पर एक क्रिया दी गई है जो बच्चों को यह अनुभव कराने में सहायता करेगी कि सभी आकृतियाँ नियमित नहीं होती। एक पानी का गिलास लें व जोर से पानी को सूखी जमीन या दीवार पर फेंके। बच्चों को पानी द्वारा बने इस नमूने का अवलोकन करने दें। उन्होंने देखने दें कि क्या वे लकड़ी के टुकड़ों का प्रयोग करके उसे परिचित आकारों में विभाजित कर सकते हैं? जैसा उन्होंने पहले किया है। यह नमूना नीचे दिए चित्र 20 जैसे दिखेगा।



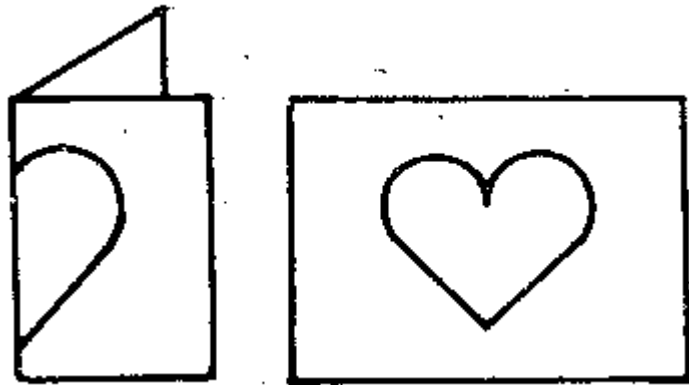
चित्र 20

वह देखेंगे कि कोने न तो सीधे हैं व न ही किसी वृत्त का भाग हैं। आप कागज के टुकड़े पर स्याही बिखेर कर भी उन्होंने नमूना दिखा सकते हैं (उन्हें यह अहसास होने दें कि ऐसी आकृतियों को परिचित आकारों जैसे कि त्रिभुज, चतुर्भुज तथा वृत्त में नहीं बाँटा जा सकता। ऐसे आकार नियमित नहीं होते। इसलिए ऐसे आकारों को अनियमित कहा जाता है। आप बच्चों को आकार में बादलों द्वारा बने नमूनों का अवलोकन करने के लिए कहें व पूछें कि क्या वे अनियमित या नियमित आकृतियाँ हैं? बच्चों को कुछ आकृतियाँ मुक्तहस्त (फ्री हैंड) बनाने के लिए कहें।

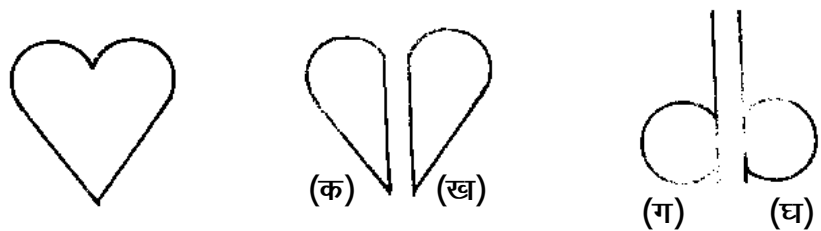
उन्हें उन आकृतियों को नियमित व अनियमित आकृतियों में श्रेणीबद्ध करने को कहें। ये साधारण क्रियाएँ बच्चों को नियमित तथा अनियमित आकृतियों में अन्तर समझने में सहायता करेंगी।

E13) एक क्रिया सुझाएँ जिसे यह परीक्षण करने के लिए 50 बच्चों की कक्षा में किया जा सके कि बच्चे नियमित व अनियमित आकारों के अंतर को समझे या नहीं।

एक कागज को, उसके दोनों किनारों को एक साथ लाकर आधा मोड़ लें। मोड़ने वाली रेखा पर बल दें तथा ऐसे आकार को काटें कि उसमें आपके मोड़ का भाग हो (चित्र 21 देखें)। कटा हुआ आकार संतुलित होगा। मोड़ने वाली रेखा इसे दो बराबर आधे भागों में बाँट देगी, जिसे आकार की **सममिति अक्ष** कहते हैं। एक सममिति अक्ष, एक समतल आकार को दो सर्वांगसम आधे भागों में बाँटती है। हम सर्वांगसम इसलिए कहते हैं क्योंकि ये दो भाग सभी तरीकों से एक जैसे नहीं दिखते। एक आकार का आधा बायाँ भाग दूसरे भाग के आधे दाँये भाग से मिलता है। (चित्र 22 देखें)।



चित्र 21

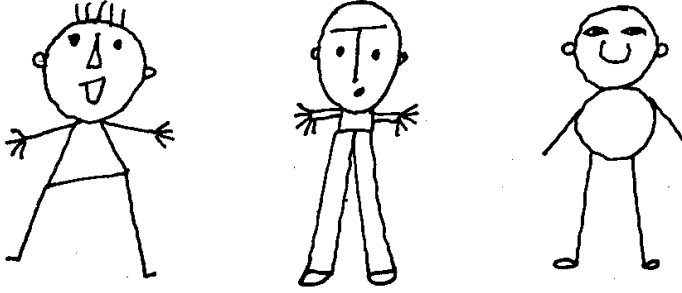


चित्र 22

बच्चे यह समझने में कुछ हिचकिचाहट दिखाएँगे कि भाग (क) तथा (ख), (ग) तथा (घ) सर्वांगसम हैं। अक्षर (d) तथा (b) एक दूसरे के प्रतिबिंब ही हैं। लेकिन बच्चों को ध्यानपूर्वक यह सिखाया गया है कि ये अलग हैं। फिर हम बच्चों को कैसे मनाएँगे? अगले भाग में हम इस प्रश्न का उत्तर देने का प्रयास करेंगे, जब हम संतुलित वस्तुओं के बारे में बातचीत करेंगे। इसका ध्यान रखा जाए कि यहाँ पर हम दो-आयामी वस्तुओं के संतुलित होने पर बात कर रहे हैं।

12.6.3 संतुलित आकृतियाँ

संतुलित वस्तुएँ (वे वस्तुएँ जिनकी आकृतियाँ संतुलित दिखती हैं) बच्चों को बचपन से ही लुभावनी लगती हैं। बच्चे संतुलन की संकल्पना को बहुत छोटी आयु में ही विकसित कर लेते हैं और यह संतुलन उनके रेखांकन में स्पष्ट दिखाई देता है। बच्चों के प्रत्येक मानव चित्र में संतुलन दिखाई देता है (चित्र 23 देखें)।



चित्र 23

एक आकार संतुलित तब कहा जाता है जबकि उसके समतल पर एक रेखा हो जो उसे इस प्रकार दो भागों में विभाजित करे कि जब उसके तल को उस रेखा पर मोड़ा जाए तो दोनों भागों के उपभाग आपस में मिल जाए। उस रेखा को उस आकार की **सममिति अक्ष** कहा जाता है।

संतुलित आकारों का अध्ययन बहुत ही रोचक तथा बच्चों के लिए आसान भी है। क्योंकि प्रकृति में बहुत से उदाहरण दिए जा सकते हैं। उनके लिए सबसे अधिक कठिन कार्य इस अध्ययन में यह है कि उस रेखा को कैसे ढूँढ़ें जो आकार को संतुलित करती हो।

प्राथमिक कक्षा का बच्चा, यहाँ तक कि जब वह 6-7 वर्ष का हो जाता है, तब तक भी वह संतुलित चित्रों को अपनी उत्तरपुस्तिका में बनाने में प्रसन्नता महसूस करता है, चाहे वह उस समय उसके गुणों के बारे में नहीं जानता। मैं यहाँ पर एक क्रिया दे रहा हूँ जो राम कर रहा था जब एक दिन मैंने उससे बातचीत की।

राम के पास एक स्याही की बोतल व धागा था। उसने उस धागे को स्याही में भिगोया व अपनी कॉपी में रखा जिससे एक अनियमित चित्र बना। वहाँ उसने उस कापी को बंद करके उसे दबाया। फिर उसने उसे खोला व धीरे से धागे को हटाया तथा मुझे उसने उस नमूने को दिखाया।

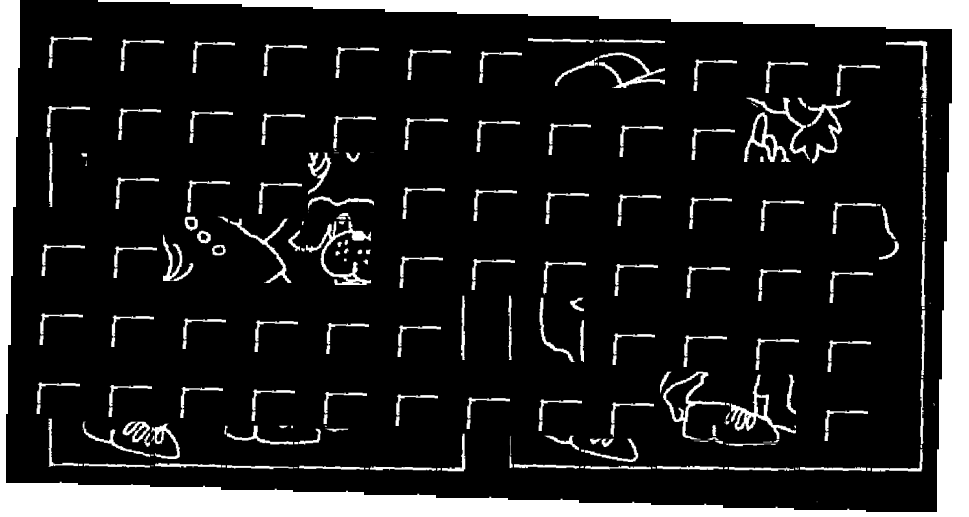
राम: देखिए मेरे दोनों पन्नों पर सुंदर नमूना है। इस प्रकार का नमूना बनाना कठिन नहीं है। आपने मुझे पहले एक दिन बताया था कि जो भी मैं कुछ घर पर करता हूँ, मेरी कक्षा में किए गए पाठों के सिवाय कुछ नहीं है। यह कैसे कक्षा-पाठों में मेरी सहायता करता है? वह यह आशा कर रहा था कि मैं इसका उत्तर नकारात्मक दूँगी क्योंकि यह स्पष्ट था कि उसने संतुलित आकारों के बारे में बिल्कुल नहीं पढ़ा है।

मैं: अच्छा, उत्तर देने से पहले मैं आपसे एक प्रश्न पूछूँ?

इससे पहले कि मैं कुछ कहती राम बीच में ही बोल पड़ा।

राम: मैंने इसे इस पत्रिका में देखा था।

उसने वह पत्रिका मुझे दे दी। पन्ना खोलने पर मैंने वहाँ एक दूसरी पहेली देखी। दो चित्र बराबर-बराबर दिए गए थे (चित्र 24 देखें)



चित्र 24

पहेली में एक चित्र से दूसरे चित्र में आठ अंतर ढूँढने थे। मैंने उसका ध्यान उस पहले की ओर दिलाया।

राम: मैंने पहले ही सभी अंतर ढूँढ लिए हैं।

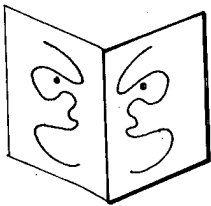
मैं: ठीक है। अब आप अपनी कापी में बनाए उन दो नमूनों को देखें। और देखें क्या आप उनमें कोई अंतर ढूँढ सकते हैं। उसने दोनों चित्रों को ध्यान से देखते हुए उनकी छोटी से छोटी विस्तार पर ध्यान दिया ताकि उनमें अंतरों को ढूँढ सके। कुछ देर बाद उसमें कहा कि वह कोई भी अंतर ढूँढ नहीं पाया।

मैं: क्या तुम्हारा अभिप्राय है कि दोनों चित्र बिल्कुल एक दूसरे से मिलते हैं।

राम: हाँ, लेकिन उस प्रकार नहीं, जिस प्रकार पत्रिका वाले दोनों चित्र। लेकिन, मुझे नहीं पता ऐसा क्यों है?

मैंने उसे एक दर्पण लाने के लिए कहा। वह दौड़ते हुए दर्पण लेकर आ गया।

मैंने दर्पण को दो पन्नों को मध्य में सीधा रखा (कागज की सतह के समकोण पर)। बाएँ चित्र की तरफ से उसका प्रतिबिंब दर्पण में देखने को कहा। क्या प्रतिबिम्ब वैसा है, जैसा सीधे पन्ने पर है?



चित्र 25

उसने उस चित्र को ध्यान से देखा (चित्र 25 देखें)। उसने दर्पण को उठा दिया तथा दाएँ पन्ने पर बने हुए नमूने को ध्यान से देखा।

राम: (हँसते हुए)। ये बड़ा मजेदार है। दर्पण में दाँयी तरफ का नमूना, बाँयी तरफ जैसा दिखता है। है ना आंटी।

मैं: हाँ यह सही है।

तब मैंने उसे एक मनुष्य का चेहरा बनाने को कहा।



चित्र 26

मैंने उसे आधा स्वयं बना दिया। (चित्र 26 देखें) उसने उस रेखांकन को पूरा करने की कोशिश की लेकिन वह उसे बिल्कुल वैसा नहीं बना पाया। मैंने उसे रेखा पर रखकर दर्पण को पकड़ने के लिए कहा और देखें क्या हुआ?

उसने पाया कि आधे बाँए भाग ने तथा इसके प्रतिबिम्ब ने उसे पूरा बना दिया।

मैं: अब आप देखें कि अगर आप मानव चेहरे के बीच से एक रेखा खींच दे तो दाँई तरफ या बाई तरफ दोनों एक जैसे हैं अर्थात् एक दूसरे का प्रतिबिम्ब हैं।

यही आप की कापी के चित्र में भी हैं। दाँए पृष्ठ का नमूना, बाएँ पृष्ठ के नमूने का प्रतिबिम्ब है व वे दोनों एक दूसरे से मिलते हैं।

मैंने उसे घर से बाहर जाने को कहा। मैं उसे पेड़-पौधे दिखाना चाहती थी। मैंने उसे पौधे से एक पत्ता तोड़ने को कहा व कहा कि वह इसे ध्यानपूर्वक देखें (चित्र 27 देखें)।

मैं: क्या इसके मध्य में तुम्हें एक धारी दिखाई देती है। क्या पत्ते की दाईं व बाईं तरफ एक जैसी है। आप इसे कैसे पता करेंगे?

उसने इसका नजदीक से परीक्षण किया। वह नहीं कह सका कि यह मिलते हैं फिर मैंने उसे पत्ते के बीच से मोड़ने के लिए कहा जो उसने किया "क्या दोनों तरफ रेखाएं मिलती हैं? मैंने पूछा।

राम: अच्छा आप इस तरह से इसका पता लगाते हो। हाँ ये दोनों तो बिल्कुल मिलती हैं। अब मुझे पता लग गया है।

मैं: हम कहते हैं कि पत्ता मध्य धारी द्वारा संतुलित है। और पत्ते लें व पता लगाएँ कि क्या वे मध्य धारी द्वारा संतुलित हैं।

उसने बहुत से पत्ते तोड़े व उन्हें मध्य से मोड़ा। अधिकतर पत्ते संतुलित थे लेकिन कुछ नहीं थे।

राम: आँटी यह बताएँ कि अगर धारी मध्य में न हो तो कैसे पता लगाएँ कि यह संतुलित है या नहीं?

मैं: देखो, यह एक फूल है (चित्र 28 देखें)। क्या आप वह अक्ष पता लगा सकते हैं जिसके दोनों ओर यह फूल संतुलित हैं। एक धागा लो व इसको फूल के ऊपर किसी स्थिति में रखकर पता लगाओ। पहले तो वह थोड़ा-सा आंशकित लगा, फिर उसने अनेक मध्य स्थितियाँ दिखाई जिनके द्वारा फूल संतुलित था।

मैं: क्या आपके कहने का यह अर्थ है कि किसी संतुलित आकार की एक से अधिक सममिति अक्ष हो सकती हैं?

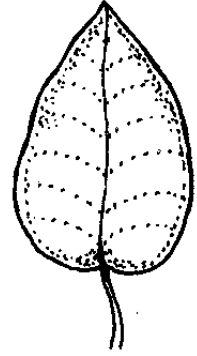
राम: जी हाँ, मुझे पूरा विश्वास है।

मैं: बहुत अच्छे

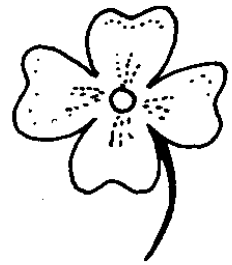
तब मैंने एक पत्ता लेकर व उसे सममिति अक्ष से मोड़ कर दिखाया और बताया कि जब किसी संतुलित आकार को मध्य अक्ष से मोड़ा जाता है तो उसके दो भाग के स्थान पर केवल एक भाग दिखाई देता है।

राम को इतनी दिलचस्पी होने लगी कि उसने अपना धागा बहुत से फूलों व पत्तों पर रखना शुरू किया। अचानक उसने एक तितली को देखा और बोला आँटी उसे संतुलित आकार का एक बहुत अच्छा उदाहरण मिल गया है।

आप अवश्य ही सोच रहे होंगे कि इस प्रकार प्रत्येक बच्चे पर ध्यान देना तब संभव नहीं है, जब कक्षा के 50 के लगभग विद्यार्थी हों। हाँ यह सच है, लेकिन अगर आप उन बिन्दुओं पर ध्यान दें, जिन्हें इस चर्चा में इंगित किया गया है तो एक क्रिया का नमूना बनाया जा सकता है। इसमें बच्चों को एक साथ कार्य में लगाकर उन्हें उन कार्यों को साथ-साथ करने को कहा जा सकता है। आप उनमें से कुछ के कार्य का परीक्षण कर सकते हैं। यह इस विचार को लेकर किया जाए कि बच्चों को उनका कार्य दिखाने के लिए उत्साहित किया जाए क्योंकि इससे आगे कार्य करने का प्रोत्साहन मिलता है।



चित्र 27



चित्र 28

E14) क्या आप सोचते हैं ऐसी क्रियाएँ बच्चों को संतुलित आकारों की संकल्पना को समझने में सहायता करती हैं? क्या आप सोचते हैं कि यह परंपरागत कक्षा में पढ़ाने के ढंग से अधिक प्रभावशाली है, जहाँ पर अध्यापक सिर्फ कुछ संतुलित आकारों को ब्लैकबोर्ड पर बनाकर बिना कोई हस्त अभ्यास दिए अपने विद्यार्थियों को संतुलित आकारों के बारे में सभी कुछ बताता है।

E15) कम से कम दो ऐसी गतिविधियाँ सुझाइए, जो आकारों में सममिति का प्रत्यय स्पष्ट करने के लिए आप अपनी कक्षा में करेंगे।

आपने यह भी ध्यान दिया होगा कि हमारे चारों तरफ बहुत सी वस्तुएँ और आकार हैं जो संतुलित हैं। जब बच्चा संतुलन की संकल्पना को ग्रहण कर लेता है तो उसे अपने आस-पास संतुलन ढूँढ़ने के काफी अवसर दिए जाने चाहिए। बच्चे इस संतुलन को पत्तों में, फूलों, घर के दरवाजे, धरती पर बनी रंगोली के नमूनों में, पलंग की चादरों व साड़ियों के नमूनों में देख सकते हैं। नियमित व अनियमित आकारों के संतुलन के इस विचार को बच्चों को रेखागणितीय आकारों जैसे कि त्रिभुज, समूह, आयत व वृत्त आदि की सहायता से संतुलन को पढ़ाने के लिए प्रयोग किया जा सकता है।

बच्चों को किसी आकार को काटकर उसका संतुलन ढूँढ़ने को कहा जा सकता है कि वे इसे रेखा पर से मोड़कर देखें कि क्या आधा भाग दूसरे आधे भाग से मेल खाता है? एक दूसरा उपयोगी अभ्यास है—बच्चों को ट्रेस कागज द्वारा आकारों की नकल कर, उससे उस आकार से तुलना करना जो उसकी उल्टी तरफ उभरती हैं। हम उन्हें बता सकते हैं कि जो तीन सममिति अक्ष वे एक समभुज त्रिभुज के लिए ढूँढ़ते हैं वे इस त्रिभुज को छः बराबर भागों में बाँटती हैं। बच्चे यह भी देख सकते हैं कि वृत्त में पाई जाने वाली सममिति अक्ष का कोई अंत नहीं है।

E16) नीचे लिखी संकल्पनाओं को पढ़ाने के लिए कौन-सी क्रिया का सुझाव देंगे:

- क) कोई भी रेखा सममिति अक्ष नहीं होती।
- ख) सममिति अक्ष के दोनों तरफ के बिन्दु उस रेखा से समांतर दूरी पर स्थिति होते हैं।
- ग) एक समूह में चार सममिति अक्ष होती हैं जबकि एक चतुर्भुज में केवल दो।
- घ) ताश के पत्तों पर बने हुए आकार, मध्य रेखा पर संतुलित होते हैं।

आओ अंत में देखें हमने इस इकाई में क्या-क्या अध्ययन किया?

12.7 सारांश

इस इकाई में हमने इस पर प्रकाश डालने की कोशिश की कि बच्चों के लिए यह आवश्यक है कि वे आकारों को स्वयं अनुभव करें व उन अंतरों को समझे जो उनमें होते हैं। हमें आकारों से जुड़ी रेखागणितीय शब्दावली को विकसित करने की आवश्यकता है। यह एक महत्वपूर्ण कौशल है जो बच्चों को भौगोलिक ज्ञान ग्रहण करने में सहायता करता है जो कि मापन के लिए तथा उनकी दैनिक चर्चा के लिए आवश्यक है। चित्र/आकारों को बनाना बच्चों को आकारों से जुड़ी विभिन्न संकल्पनाओं को समझने में सहायता करता है। हमने इस इकाई में यह चर्चा की है कि कैसे कुछ आकारों को चित्रों द्वारा प्रकट किया जा सकता है तथा कुछ आकारों के लिए यह संभव नहीं है। बच्चों को आकारों से परिचित करवाने के लिए जहाँ चित्रों को बनाना कठिन है, वहाँ हमें कुछ दूसरे तरीकों जैसे कि मिट्टी या कागज को मोड़कर प्रयोग करना चाहिए।

बच्चों को आकारों से जुड़ी शब्दावली जैसे कि समतल व असमतल से परिचित करवाना चाहिए। यह एक ऐसा क्षेत्र है, जहाँ बच्चे इन संकल्पनाओं को ग्रहण करने के लिए काफी मेहनत या परिश्रम करते हैं और जब उन्हें यह संकल्पनाएँ स्पष्ट नहीं होती तो वे भ्रमित हो जाते हैं। कई बार बच्चे चिकने/उबड़-खाबड़ व समतल/असमतल संकल्पनाओं में गलतियाँ करते हैं उनके लिए कोई अंडा, गेंद तथा कोई गोलाकार बर्तन एक समतल सतह वाला है। इस समस्या का हल उन्हें किसी चिकने व असमतल सतह को उनके हाथों द्वारा महसूस करवा कर किया जा सकता है। समतल व असमतल वस्तुओं के अंतर के लिए बच्चों को माचिस की डिब्बियाँ, पत्थर के टुकड़े, गिट्टियाँ, पोस्टकार्ड तथा गेंद का अवलोकन करवाया जा सकता है।

यह आवश्यक है कि बच्चों को नियमित व अनियमित वस्तुओं में अंतर कर पाने का कौशल प्राप्त हो। इसके लिए पहले बच्चों के लिए रेखागणितीय आकारों जैसे त्रिभुज, समूह, आयत व वृत्त आदि को समझना सुगम होना चाहिए। इसके लिए इतना काफी नहीं है कि ये इन आकारों को देखकर अपनी अभ्यास पुस्तक में रेखांकित कर लें। रेखागणितीय संकल्पना उनके लिए सुगम हों, इसके लिए उन्हें इनके साथ क्रियाओं में काफी समय व्यतीत करना पड़ेगा। बच्चे यह समझने योग्य होने चाहिए कि नियमित आकारों को रेखागणितीय आकारों जैसे कि त्रिभुज, समूह तथा वृत्त के भागों में बाँटा जा सकता है। उन्हें अनियमित आकारों से भी परिचित करवाना चाहिए।

हमने उन गतिविधियों की भी चर्चा की जिनके द्वारा बच्चों को संतुलन व सममिति अक्ष से भी परिचित करवाया जा सकता है।

इस इकाई में इस बात पर बल दिया गया था कि "क्रियाओं के द्वारा अधिगम" हो तथा बच्चों का ध्यान आकारों के उन गुणों की ओर दिलाया जाए जो मापन तथा भौगोलिक समझ ग्रहण करने के लिए आवश्यक है।

12.8 अभ्यासों पर टिप्पणी

E2) कागज का प्रयोग करके तथा उसको मोड़कर बच्चे विभिन्न आकार जैसे कि किश्टी, कोट तथा गेंद बना सकते हैं।

E3) बच्चे बहुत-सी बंद आकारों को रेखांकित कर सकते हैं। इस संकल्पना की विस्तार से चर्चा हमने भाग 12.6.1 में की है। जो आप क्रिया तैयार करते हैं, वह उन्हें अंदर व बाहरी संकल्पनाओं से भी परिचित करवाए। बंद आकार के बीच का स्थान एक समतल सतह पर क्षेत्रफल कहलाता है। उस अंदर के भाग में रंग भरने को कहें।

दूसरी क्रिया जो बच्चे कर सकते हैं वह यह है कि बच्चे मिट्टी के प्रयोग द्वारा एक वस्तु बनाएँ तब उसके मुख्य को पहचाने तथा उसमें रंग करें।

E4) कक्षा चार के बच्चे में समतल व असमतल संकल्पना को लेकर परीक्षण करें। इकाई में दी हुई क्रिया का प्रयोग करके और अपने अनुभव को दर्ज करें और देखें क्या इसने वास्तव में संकल्पना को समझने में बच्चे की सहायता की या नहीं।

E5) इकाई में दिए हुए समतल सतहों को पढ़ाने की दोनों विधियों की कमियों पर ध्यान दें। दूसरी क्रिया के तौर पर बच्चों को अपने चारों तरफ की वस्तुओं के नाम बताने को कहें। जब वे नाम बता रहे हों तो अध्यापिका उन्हें तीन भागों में ब्लैकबोर्ड पर लिखें। पहले खाने या भाग में समतल सतह, दूसरे में असमतल सतह तथा तीसरे में समतल तथा असमतल दोनों आकारों की वस्तुओं के नाम दो। बच्चों को पहले कॉलम/भाग में वस्तुओं के सामान्य गुणों के बारे में बताने को कहें और पूछें कि दूसरे भाग की वस्तुएँ पहले से भिन्न कैसे हैं।

E6) सीधे किनारे वाले तथा टेढ़े-मेढ़े किनारे वाली बंद व खुली वस्तुओं को दिखाने के लिए कागज की कतरनें व धागे जो आसानी से मिल सकते हैं का प्रयोग किया जा सकता है। अपने विद्यार्थियों को कुछ इसी प्रकार की क्रियाएँ करने को कहें।

E8) लकड़ी के टुकड़े, रंगीन पाइपों, धागे या तार द्वारा क्रियाएँ की जा सकती हैं। सीधे किनारे वाली आकृतियाँ, लकड़ी के टुकड़े का प्रयोग द्वारा बनाई जा सकती हैं। टेढ़े किनारे वाली आकृतियों के लिए धागे या तार प्रयोग में लाया जा सकता है। खुली आकृति बनाने के लिए कितने भी लकड़ी के टुकड़ों का उपयोग किया जा सकता है। बच्चों को यह महसूस करने दें कि दो लकड़ी के टुकड़े एक बंद आकार नहीं बना सकते।

E9) बच्चों को तीन लकड़ी के टुकड़े 10 से.मी., 5 से.मी. तथा 4 से.मी. लम्बाई वाले दें। उन्हें किसी भी प्रकार इनके प्रयोग द्वारा एक त्रिभुज बनाने को कहें। यह नहीं कर पाएँगे तब उन्हें तीन ओर टुकड़े 8 सेमी., 4 सेमी. तथा 4 सेमी. लम्बाई वाले दें। फिर भी वे उसे नहीं बना पाएँगे। इसी प्रकार उन्हें आप ओर अवसर दें। फिर उनसे यह चर्चा करें कि क्यों किसी भी आकार के तीन टुकड़े एक त्रिभुज नहीं बना सकते।

E10) प्रत्येक बच्चे को एक कागज की कतरनें जिसका आकार समलंब चतुर्भुज, आयत, समूह हो या उन्हें लकड़ी के टुकड़ों द्वारा बने आकार दें। बच्चों को उन आकारों का अध्ययन करने दें व उन आकारों से इनकी तुलना करने दें जो वह कक्षा में तथा बाहर पाती है।

E11) भौगोलिक (Geo) बोर्ड के प्रयोग द्वारा नियमित वस्तुओं के परिचय कराने के लिए एक क्रियाकलाप की जा सकती है। भौगोलिक (Geo) बोर्ड एक चौकोर लकड़ी का तख्ता होता है जिस पर कतारों में व खानों में कील बराबर दूरी पर कील लगे रहते हैं। रबर बैंड के प्रयोग द्वारा इस बोर्ड पर कितनी ही रेखागणितीय आकृतियों को बनाया जा सकता है। आप बच्चों को बराबर दूरी पर लाइनों में व खाने में वर्गाकार आकारों में बिन्दु लगाने को कह सकते हैं या बच्चों को इस प्रकार की मुद्रित शीट दी जा सकती है ताकि बच्चे इन बिन्दुओं के मिलान द्वारा सीधी कतारों में नियमित आकारों का सृजन कर सकें।

E12) आप बच्चों को कुछ आकृतियाँ मुक्त हस्त से बनाने को कह सकती हैं अधिकतर जो वे आकृतियाँ बनाएँगे, अनियमित ही होती हैं। बच्चे अखबार के टुकड़े भी प्रयोग कर सकते हैं। ऐसा अधिकतर होता है कि ये टुकड़े अनियमित आकार के ही होंगे। यह याद रहे कि बच्चे इसे किसी योजनाबद्ध ढंग से जैसे कि मोडेन द्वारा या कैंची या फुट पैमाने द्वारा नहीं बना रहे हैं।

E13) बच्चों को कतारों में खड़े होने के लिए कहें जो या तो कोई रेखागणितीय आकार हो या फिर उन्हीं का कोई संयुक्त रूप। ऐसे प्रबंध उन्हें नियमित आकारों के बारे में जानकारी देंगे। फिर उन्हें अनियमित तरीके से दौड़ने दें व अचानक उन्हें रुकने के लिए कहें। जो आकार वह उस समय बनाएँगे वह आम तौर पर अनियमित होगा। इस क्रिया को करवाने की कोशिश करें तथा अपनी टिप्पणी लिखें।

बच्चों को दो समूहों में बाँटा जा सकता है। दोनों समूहों को कुछ नियमित तथा कुछ अनियमित आकृतियाँ के बारे में सोचने का समय दें। तब खेल को खेला जा सकता है। समूह का एक सदस्य बोर्ड पर किसी आकार का रेखांकन करें या उस आकृति के बारे में विस्तार से बताएँ। दूसरो समूह मिलकर यह खोजने की कोशिश करें कि यह आकृति नियमित है या नहीं। समय की सुविधा अनुसार किसी टीम को कितने अवसर मिलें यह निश्चित कर लिया जाए। प्रत्येक सही उत्तर के लिए अंक निर्धारित किए जा सकते हैं। जो टीम अधिक अंक अर्जित करेगी, वह जीत जाएगी।

E14) बच्चे संतुलित आकृतियों के गुण स्वयं ही सीखते हैं।

E15) संतुलित आकृतियों के संकल्पना के अध्यापन के लिए कागज मोड़ने तथा काटने की क्रियाएँ बहुत अधिक उपयोगी है।

E16) इस संदर्भ में कागज मोड़ने की क्रिया उपयोगी है।