

इकाई 14 प्रामाणिक सहसंबंध विप्लेषण (Canonical Correlation Analysis)

इकाई की रूपरेखा

- 14.0 उद्देश्य (Objectives)
- 14.1 प्रस्तावना (Introduction)
- 14.2 प्रामाणिक सहसंबंध विप्लेषण : अवधारणा एवं अर्थ (Canonical Correlation Analysis (CCA): Concept and Meaning)
- 14.3 प्रामाणिक सहसंबंध की मान्यताएँ (Assumptions of Canonical Correlation)
- 14.4 बहुचर प्रतीपगमन विप्लेषण के सामान्यीकरण के रूप में प्रामाणिक सहसंबंध (Canonical Correlation Analysis as Generalization of the Multiple Regression Analysis)
- 14.5 CCA की गणना के विभिन्न चरण एवं विधियाँ (Steps and Procedure Involved in Computation of CCA Results)
- 14.6 CCA एक उदाहरण (Illustration of CCA)
- 14.7 CCA परिणामों की व्याख्या (Interpretation of CCA Results)
- 14.8 प्रामाणिक सहसंबंध की सीमाएँ (Limitations of Canonical Correlation)
- 14.9 सारांश (Let Us Sum Up)
- 14.10 शब्दावली (Key Words)
- 14.11 कुछ उपयोगी पुस्तकें (Some Useful Books)
- 14.12 बोध प्रश्नों के उत्तर या संकेत (Answers or Hints to Check Your Progress)
- 14.13 अभ्यास प्रश्न (Exercises)

14.0 उद्देश्य (Objectives)

इस इकाई का अध्ययन करने के पश्चात् आप :

- प्रामाणिक सहसंबंध विप्लेषण की अवधारणा की व्याख्या कर सकेंगे;
- बहुचर प्रतीपगमन एवं प्रामाणिक सहसंबंध के बीच समानता एवं अंतर स्पष्ट कर सकेंगे;
- प्रामाणिक सहसंबंध में निहित क्रियाविधि की विवेचना कर सकेंगे;
- यह स्पष्ट कर सकेंगे कि प्रामाणिक सहसंबंध के परिणामों की व्याख्या कैसे की जाये; तथा
- प्रामाणिक सहसंबंध विप्लेषण की सीमाओं का उल्लेख कर सकेंगे।

14.1 प्रस्तावना (Introduction)

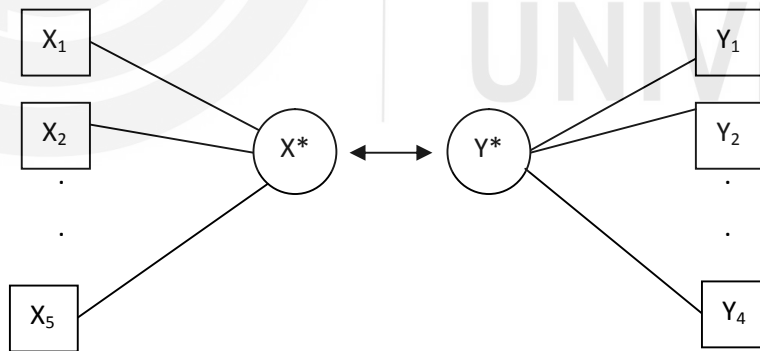
परंपरागत समझ कि आर्थिक कर्ता विवेकपूर्ण होते हैं तथा वे निर्णय करने में स्वहित से निर्दिष्ट होते हैं, संदेहास्पद होता जा रहा है, क्योंकि, यह निर्णय करने की प्रक्रिया को प्रभावित करने वाले मनोवैज्ञानिक एवं सामाजिक तत्त्वों की उपेक्षा करता है। अनेक विषयों, जैसे तन्त्रिका विज्ञान (Neuroscience), संज्ञानात्मक विज्ञान, मनोविज्ञान व्यवहारवादी अर्थशास्त्र, समाजशास्त्र, मानव विज्ञान इत्यादि के शोध निष्कर्ष सूचित करते हैं कि विकास के कई पहलुओं (जैसे बचत, विनियोग, ऊर्जा उपभोग, स्वास्थ्य, इत्यादि) में व्यक्तियों द्वारा किये गये निर्णय सामाजिक परिवेश, स्थानीय सामाजिक तन्त्र, सांस्कृतिक तत्त्वों, सामाजिक

मान्यताओं तथा सांझी मानसिकता द्वारा प्रभावित होते हैं। अतः अंतर्विषयक परिदृश्य को मानव व्यवहार का विप्लेषण करने के लिए शोध की विधि के रूप में स्वीकार किया जा रहा है ताकि, अर्थशास्त्र की पूर्वानुमान करने की शक्ति में सुधार किया जा सके। विभिन्न विषयों से संबंधित चरों के दो समूहों के बीच गुण संबंध का विप्लेषण करने के लिए प्रामाणिक सहसंबंध विप्लेषण एक शक्तिशाली विप्लेषणात्मक यन्त्र है। यह विधि चरों के दो समूहों के बीच गुणसंबंध की शक्ति को मापता है। इस विधि में प्रामाणिक चरों के कुछ युग्मों (pairs) में चरों के दो समूहों के बीच उच्च-आयामी संकेन्द्रण (high dimensional concentration) करना होता है। अतः इस इकाई में हम प्रामाणिक सहसंबंध से संबंधित विभिन्न बातों जैसे प्रामाणिक सहसंबंध की अवधारणा एवं अर्थ, बहुचर प्रतीपगमन से इसकी समानता एवं अंतर, प्रामाणिक सहसंबंध में निहित क्रियाविधि तथा इसके लाभ एवं सीमाओं पर प्रकाश डालेंगे।

14.2 प्रामाणिक सहसंबंध विप्लेषण : अवधारणा एवं अर्थ (Canonical Correlation Analysis (CCA): Concept and Meaning)

प्रामाणिक सहसंबंध एक बहुचर सांख्यिकीय प्रतिमान होता है जो आश्रित चरों एवं स्वतंत्र चरों के समूहों के बीच अंतर्संबंधों का अध्ययन करने में उपयोग किया जाता है। यह तकनीक इस अर्थ में बहुचर प्रतीपगमन प्रतिमान से भिन्न होती है कि प्रतीपगमन स्वतंत्र चरों के समूह पर आश्रित एक अकेले चर का पूर्वानुमान करता है जबकि प्रामाणिक सहसंबंध बहुत से स्वतंत्र चरों से अनेक आश्रित चरों का एक साथ पूर्वानुमान करता है।

आइये, हम अवधारणा को एक उदाहरण से समझें। अर्थशास्त्र के एक छात्र के रूप में आप आर्थिक असमानता (X^*) एवं राजनीतिक अस्थिरता (Y^*) के बीच संबंध जानना चाहेंगे। आर्थिक असमानता को 5 चरों से मापा जा सकता है (i) कृषि भूमि का विभाजन (X_1), (ii) गिनी गुणांक (X_2), (iii) वटाई कृषकों का प्रतिषत (X_3), (iv) सकल राष्ट्रीय उत्पाद (X_4) एवं (v) कृषकों का प्रतिषत। इसी प्रकार राजनीति अस्थिरता को चार चरों (सूचकों) द्वारा मापा जा सकता है अर्थात् (i) नेतृत्व की अस्थिरता (Y_1), (ii) आंतरिक समूह हिंसा का स्तर (Y_2), (iii) आंतरिक युद्ध प्रारंभ हो जाना (Y_3) एवं प्रजातंत्र की स्थिरता। ये दो सैद्धांतिक अवधारणाएं X^* एवं Y^* चरों के दो समूह या प्रामाणिक चर कही जा सकती हैं। इन्हें निम्न चित्र में प्रदर्शित किया जा सकता है।



चित्र 14.1: प्रामाणिक सह-संबंध

स्रोत : सामाजिक विज्ञान शोध विधियों की सेज (sage) विष्वकोष, भाग 2004, पृ. 83

प्रथम, सामाजिक चर X^* को पाँच चरों ($p=5$) द्वारा मापा गया है तथा इन x चरों का रेखीय संयोग (एक भारित योगफल) के रूप में माना जा सकता है। दूसरा, प्रामाणिक चर Y^* $q=4$ सूचकों Y_1 से Y_4 का रेखीय संयोग है। दोनों ओर वक्रिय तीर सूचित करता है कि कारण-प्रभाव की दिशा का प्रश्न अनिर्णीत है।

प्रामाणिक सहसंबंध विप्लेषण का उद्देश्य एक समूह के चरों के रेखीय संयोग तथा अन्य समूह में चरों के रेखीय संयोग के बीच सहसंबंध ज्ञात करना होता है। इस विधि के पीछे सोच यह है कि सर्वप्रथम सर्वाधिक सहसंबंध वाले रेखीय संयोग के युग्म को निर्धारित करना होता है उसके पश्चात्, प्रारम्भ में चुने गए युग्मों से असहसंबंधित सभी युग्मों के बीच

सर्वाधिक सहसंबंध वाले रेखीय संयोगों को निर्धारित करते हैं इत्यादि। जैसा कि उपरोक्त अनुच्छेद में कहा गया है, रेखीय संयोगों के युग्मों को प्रामाणिक चर कहा जाता है तथा उनके सहसंबंधों को प्रामाणिक सहसंबंध कहा जाता है।

इस प्रकार, प्रामाणिक सहसंबंध का उद्देश्य (i) आश्रित एवं स्वतंत्र चरों के बीच आयामों की पहचान करना, (ii) आयामों के बीच संबंधों को अधिकतम करना। आव्यूह प्रामाणिक सहसंबंध में हम तीन प्रकार के सहसंबंधों में अंतर कर सकते हैं:

- 1) X चरों के बीच सहसंबंध, सहसंबंध आव्यूह R_{xx} होता है।
- 2) Y चरों के बीच सहसंबंध, सहसंबंध आव्यूह R_{yy} होता है।
- 3) X तथा Y चरों के बीच सहसंबंध आव्यूह R_{xy} होता है।

14.3 प्रामाणिक सहसंबंध की मान्यताएँ (Assumptions of Canonical Correlation)

- 1) किन्हीं दो चरों के बीच सहसंबंध गुणांक रेखीय संबंध पर आधारित होता है।
- 2) प्रामाणिक सह-संबंध दो चरों के बीच रेखीय संबंध होता है।
- 3) चरों का वितरण प्रसामान्य होता है।
- 4) जिस सीमा तक वह चरों के बीच सहसंबंध को कम करती है, उनके विचरणों में अंतर।

14.4 बहुचर प्रतीपगमन विप्लेषण के सामान्यीकरण के रूप में प्रामाणिक सहसंबंध विप्लेषण (Canonical Correlation Analysis as Generalization of the Multiple Regression Analysis)

बहुचर प्रतीपगमन विप्लेषण एक बहुचर तकनीक होती है जो स्वतंत्र चरों के समूह के रेखीय फलन से एक आश्रित चर के मूल्य का पूर्वानुमान कर सकता है। किंतु यह स्थिति सदैव नहीं होती है। वास्तविक जीवन में अनेक समस्याएँ होती हैं, जब किसी एकमात्र आश्रित चर पर रुचि केन्द्रित न हो, इसके बजाय शोधकर्ता की रुचि बहुचर आश्रित एवं बहुचर स्वतंत्र चरों के समूहों के बीच संबंधों में हो सकती है। प्रामाणिक सहसंबंध विप्लेषण एक बहुचर सांख्यिकीय प्रतिमान होता है जो बहुचर आश्रित चरों एवं बहुचर स्वतंत्र चरों के समूहों के बीच अंतर्संबंधों के अध्ययन को सुविधाजनक बनाता है। बहुचर प्रतीपगमन विप्लेषण एक स्वतंत्र चरों के समूह से एक अकेले आश्रित चर के संबंध में पूर्वानुमान करता है, किन्तु प्रामाणिक सहसंबंध साथ ही बहुत से स्वतंत्र चरों से अनेक आश्रित चरों के विषय में पूर्वानुमान करता है। अतः प्रामाणिक सहसंबंध विप्लेषण को बहुचर प्रतीपगमन में प्रयोग किये गये बहुचर सहसंबंध का सामान्यीकरण कहा जाता है।

प्रतीपगमन समस्याओं में निष्चयन गुणांक R^2 एक आश्रित चर में परिवर्तनशीलता का अनुपात होता है जिसकी व्याख्या पूर्वानुमानकर्ता चरों के एक समूह द्वारा की जाती है तथा $R = \sqrt{R^2}$ बहुचर सहसंबंध गुणांक कहलाता है। बहुचर सहसंबंध गुणांक का उस अधिकतम सहसंबंध के माप के रूप में भी किया जा सकता है जो आश्रित चर एवं पूर्वानुमानक चर के किसी रेखीय संयोग के बीच होता है। जिन आँकड़ों के प्रकार पर यह कार्य करता है उन पर प्रामाणिक सहसंबंध सबसे कम प्रतिबंध लगाता है। चूँकि अन्य तकनीकें अपेक्षाकृत अधिक दृढ़ प्रतिबंध लगाती हैं, अतः सामान्यतः यह विष्वास किया जाता है कि उनसे प्राप्त सूचनाओं की गुणवत्ता अपेक्षाकृत उच्च होती है तथा उसे अधिक निर्वचन योग्य ढंग से प्रस्तुत किया जा सकता है। इस कारण अनेक शोधकर्ताओं का मत है कि प्रामाणिक संबंध का उपयोग अंतिम प्रयास के रूप में होता है जबकि अन्य सभी उच्च स्तर की तकनीकें समाप्त हो गयी होती हैं। किन्तु बहुचर आश्रित एवं बहुचर स्वतंत्र चरों की स्थिति में प्रामाणिक सहसंबंध सर्वोपयुक्त एवं शक्तिशाली बहुचर तकनीक होती है। इसे अनेक क्षेत्रों में स्वीकार कर लिया गया है तथा यह बहुगुणी आश्रित चरों पर विचार करते समय बहुचर विप्लेषण के एक लाभदायक यन्त्र को प्रस्तुत करता है।

14.5 CCA की गणना के विभिन्न चरण एवं विधियां (Steps and Procedure Involved in Computation of CCA Results)

दो चरों के समूह में संबंध जानने के लिए सन् 1935-36 में होटेलिंग ने एक नई विधि का प्रयोग किया जिसे प्रामाणिक सहसंबंध विप्लेषण का नाम दिया गया।

इस विप्लेषण का सार जेम्स प्रेस (2005) द्वारा निम्न शब्दों में व्यक्त किया गया। प्रामाणिक सहसंबंध प्रतिमान दो समूहों में प्रत्येक से चरों के भारित जोड़ों को इस प्रकार ज्ञात करता है कि प्रत्येक समूह में नए चरों का इस प्रकार निर्माण हो कि "विभिन्न समूहों" में नए चरों के बीच सहसंबंध अधिकतम हो जाए, जबकि प्रत्येक समूह में कुछ नए चर असंबंधित रह जाते हैं एवं उनकी औसत शून्य तथा विचलन इकाई के बराबर हो जाती है।

हम प्रेस विचारधारा का पालन करेंगे।

मान लीजिए,

$$\alpha: p_1 \times 1$$

तथा

$$\gamma: p_2 \times 1$$

दो अज्ञात सदिष (vectors) हैं जिनको इस रूप में ज्ञात करना है कि $\alpha'Y$ और $\gamma'Z$ का सहसंबंध गुणांक अधिक से अधिक संभव हो सके।

इस प्रकार

$$U_1 = \alpha'Y$$

$$V_1 = \gamma'Z$$

और

$$\rho(U_1, V_1) = U_1 \text{ और } V_1 \text{ के बीच में सहसंबंध गुणांक है।}$$

सहसंबंध गुणांक की समस्या निम्न रूप धारण करती है :

$$\text{अधिकतम } \rho(U_1, V_1)$$

शर्त यह है कि

$$\text{Var}(U_1) = \text{Var}(V_1) = 1$$

और

$$E(U_1) = E(V_1) = 0$$

होटेलिंग ने इस समस्या के समाधान के लिए लेगरेज गुणांक की सुपरिचित विधि का प्रयोग किया है हम यहाँ केवल प्रमुख परिणामों का उल्लेख करेंगे। होटेलिंग ने स्पष्ट किया था कि यह अधिकतम समस्याएं इस आकलन विधि (algorithm) के बराबर है :

चरण 1 : समीकरण में λ का मूल्य ज्ञात कीजिए

$$\begin{vmatrix} -\lambda\Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & -\lambda\Sigma_{22} \end{vmatrix} = 0 \quad (A)$$

यहाँ

$$\Sigma_{11} = \text{Var}(Y)$$

$$\Sigma_{22} = \text{Var}(Z)$$

$$\Sigma_{12} = \Sigma_{21} = \text{Cov}(Y, Z)$$

माना λ_1 उपरोक्त समीकरण की सबसे बड़ा घात (root) है

चरण 2 : हम समीकरणों को निम्न प्रणाली का α और γ के लिए हल करें

$$\begin{pmatrix} -\lambda_1\Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & -\lambda_1\Sigma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \gamma \end{pmatrix} = 0$$

गणितीय रूप की उपरोक्त रेखीय समीकरण की प्रणाली का परिणाम सरलता से ज्ञात नहीं किया जा सकता किन्तु हम समतुल्य संरचना (equivalent formation) विधि का प्रयोग कर सकते हैं। α और γ का मूल्य ज्ञात करने के लिए हम इस समीकरण युगल को हल करेंगे :

$$(\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21} - \lambda_1^2\Sigma_{11})\alpha = 0$$

$$(\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12} - \lambda_1^2\Sigma_{22})\gamma = 0$$

चरण 3 : इन α और γ को हम α_1 और γ_1 के नाम से क्रमशः जानेंगे, तथा

$$U_1 = \alpha_1'\gamma$$

और

$$V_1 = \gamma_1'Z$$

को प्रथम प्रामाणिक चर कहेंगे

हम पाएंगे कि λ_1 तो U_1 और V_1 का सहसंबंध गुणांक है। इस तरह हम कह सकते हैं कि

$$\lambda_1 = \rho(U_1, V_1)$$

और इसे **प्रथम प्रामाणिक सहसंबंध** कह सकते हैं।

चरण 4 : अगले चक्र की ओर चलते हैं; और इनको परिभाषित करते हैं :

$$U_2 = \alpha_2'\gamma$$

$$V_2 = \gamma_2'Z,$$

जहां α_2 और γ_2 को निर्धारित करना है।

अधिकतम करें $\rho(U_2, V_2)$

जहाँ

$$\text{Var}(U_2) = \text{Var}(V_2) = 1$$

और

$$E(U_2) = E(V_2) = 0$$

हम पूर्वोक्त विधि का पुनः प्रयोग करते हुए α_2 और γ_2 का मूल्य निर्धारित करेंगे।

$$\begin{pmatrix} -\lambda_2\Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & -\lambda_2\Sigma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \gamma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

जहाँ λ_2 समीकरण (A) का दूसरा सबसे बड़ा धनात्मक मूल (root) है।

चरण 5 : हम इस विधि का बार-बार प्रयोग करके उस स्थिति में जाएंगे जहाँ सबसे छोटी घात प्राप्त होती है।

चरण 6 : इस प्रकार प्राप्त परिणाम को हम सदिष (vector) स्वरूप में संयोजित करेंगे:

$$U = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_{p_1} \end{pmatrix} = (U_1 \dots U_{p_1})'$$

और

$$V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{p_1} \end{pmatrix} = (V_1 \dots V_{p_1})'$$

U और V के तत्त्वों को **प्रामाणिक चर** कहा जाता है और λ_i को **तत्संबंधी प्रामाणिक सहसंबंध**।

14.6 CCA : एक उदाहरण (Illustration of CCA)

आइये, अब प्रामाणिक सहसंबंध विप्लेषण तकनीक को एक उदाहरण की सहायता से समझें।

यह उदाहरण “दिल्ली में मानवीय कुषल क्षेम का मूल्यांकन” नामक शोध अध्ययन प्राथमिक सर्वेक्षण के 416 अवलोकनों पर आधारित है। शोधकर्ता द्वारा इस विषय के अध्ययन करने के पीछे एक उद्देश्य था आर्थिक कल्याण चरों और समूची जीवन संतुष्टि चरों के बीच सहसंबंध की जानकारी प्राप्त करना। संबद्ध प्रश्नावली में एक महत्वपूर्ण प्रश्न जोड़ा गया था कि आर्थिक कल्याण समूची जीवन संतुष्टि को किस प्रकार प्रभावित करता है। तात्पर्य यह जानने का था कि क्या आर्थिक कल्याण सूचक समूची जीवन संतुष्टि को देते हैं।

प्रामाणिक विप्लेषण की प्रमुख विषेषता दो चरों के समूहों में संबंध स्थापित करना है। चरों के एक समूह में स्वतंत्र चरों को शामिल किया जाता है। दूसरे समूह में, आश्रित चरों को शामिल किया जाता है हमारी व्याख्या में आर्थिक कल्याण चरों को स्वतंत्र चर माना गया है। इस समूह में निम्न पाँच चरों को शामिल किया गया है :

- 1) वार्षिक आय
- 2) चल परिसंपत्तियाँ
- 3) स्थिर परिसंपत्तियाँ
- 4) रोज़गार की स्थिति
- 5) शैक्षणिक उपलब्धियाँ

अगले, कुछ सूचक चरों का समूह जीवन में संतुष्टि स्तर को परिभाषित करता है। ये हैं :

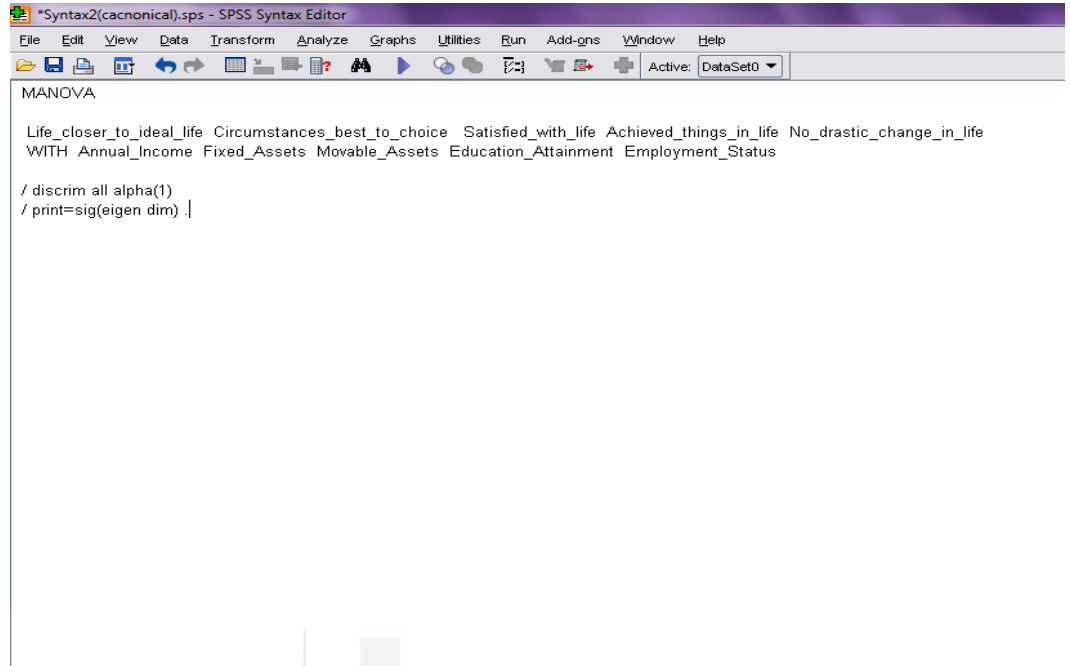
- 1) मेरा जीवन आदर्श जीवन के अनुकूल है
- 2) मेरी जीवन दशाएं मेरी संतुष्टि के अनुरूप हैं
- 3) मैं जीवन से संतुष्ट हूँ
- 4) मैंने जीवन की सभी आकांक्षाओं को प्राप्त किया है
- 5) मैं चाहूँगा जीवन-पर्यंत मेरी अनुभूतियों में कोई मौलिक परिवर्तन न हों।

इन दोनों चर-समूहों के लिए उपयुक्त प्राथमिक आंकड़े उपरोक्त अध्ययन के लिए एकत्रित किए गए थे।

आइये, देखें कि हम SPSS का प्रयोग कर प्रामाणिक सहसंबंध विप्लेषण को किस प्रकार प्राप्त कर सकते हैं।

चरण 1 : फाइल, नवीन (new) और विन्यास (syntax) को क्रमशः क्लिक करें।

Life_closer_to_ideal_life	Circur
5.00	
4.00	
4.00	
4.00	
3.00	
2.00	
3.00	
2.00	
3.00	
4.00	
2.00	
5.00	
1.00	
4.00	
2.00	
3.00	
2.00	
2.00	
3.00	
2.00	
3.00	
2.00	
3.00	



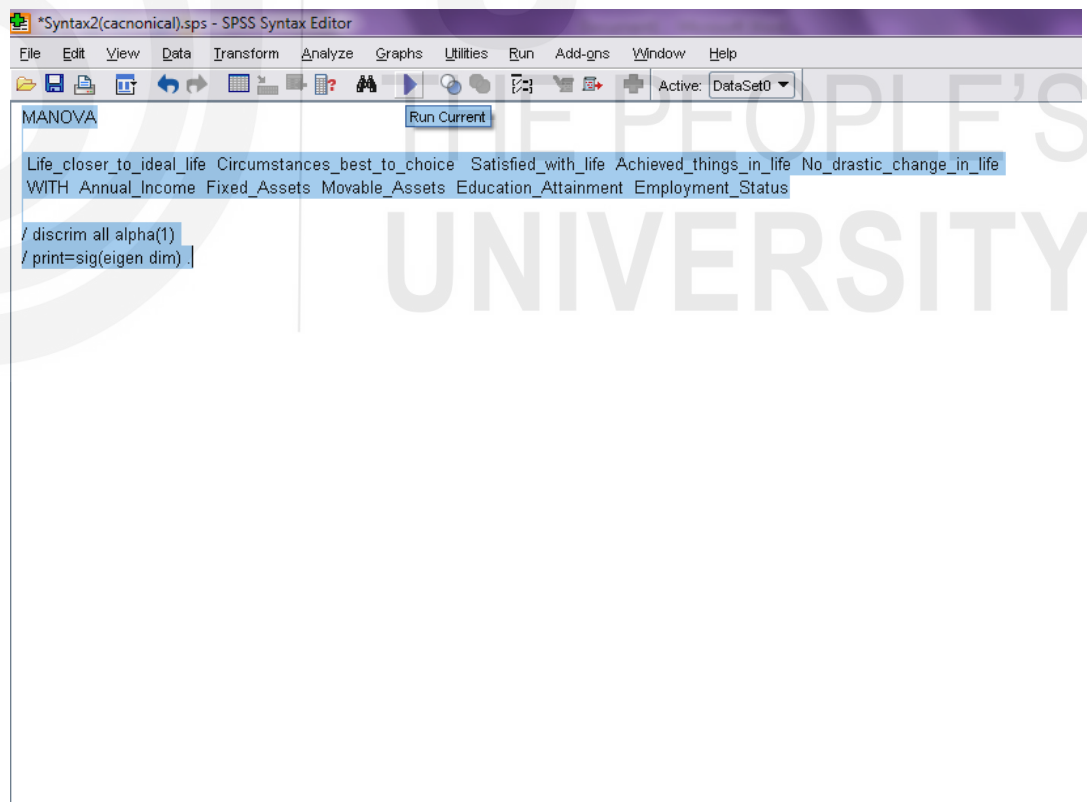
```

*Syntax2(cacnonical).sps - SPSS Syntax Editor
File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Run Add-ons Window Help
MANOVA
Life_closer_to_ideal_life Circumstances_best_to_choice Satisfied_with_life Achieved_things_in_life No_drastic_change_in_life
WITH Annual_Income Fixed_Assets Movable_Assets Education_Attainment Employment_Status

/discrim all alpha(1)
/print=sig(eigen dim) .
    
```

ध्यान दीजिए कि सूचक चरों के समूह को 'WITH' शब्द से पहले एवं पूर्वांकलक चरों का इस शब्द के बाद उल्लेख होता है।

चरण 3 : Toolbox menu में RUN button का प्रयोग कर इस command को लागू किया जा सकता है।



```

*Syntax2(cacnonical).sps - SPSS Syntax Editor
File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Run Add-ons Window Help
MANOVA Run Current
Life_closer_to_ideal_life Circumstances_best_to_choice Satisfied_with_life Achieved_things_in_life No_drastic_change_in_life
WITH Annual_Income Fixed_Assets Movable_Assets Education_Attainment Employment_Status

/discrim all alpha(1)
/print=sig(eigen dim) .
    
```

SPSS का प्रयोग करते हुए उपरोक्त गणना के परिणामों को इसी भाग में प्रस्तुत किया गया है। सारणी 1 में विभिन्न बहु-चरीय सूचकों का प्रयोग करते हुए समस्त प्रतिमान की बहु-चरीय समीक्षा प्रस्तुत की गई है।

Test Name	Value	Approx. F	Hypoth. DF	Error DF	Sig. of F
Pillais	.14258	2.40693	25.00	2050.00	.000
Hotellings	.15845	2.56302	25.00	2022.00	.000
Wilks	.86055	2.49153	25.00	1509.72	.000
Roys	.11708				.000

सारणी 14.2: Eigenvalues and Canonical Correlations

Root No.	Eigenvalue	Pct.	Cum. Pct.	Canon Cor.	Sq. Cor
1	.13260	83.69055	83.69055	.34217	.11708
2	.01720	10.85381	94.54437	.13003	.01691
3	.00698	4.40258	98.94695	.08323	.00693
4	.00167	1.05222	99.99917	.04080	.00166
5	.00000	.00083	100.00000	.00115	.00000

इस व्याख्या में हम केवल यह नहीं जानना चाहते कि क्या चरों के दो समूहों में संबंध है या नहीं बल्कि हम यह भी जानना चाहते हैं कि इस संबंध को बनाने में कौन-से चर सर्वाधिक महत्वपूर्ण हैं। इस परिणाम को स्थापित करने में CCA की भूमिका प्रधान है। अगले भाग में, हम परिणामों की व्याख्या एवं समीक्षा प्रस्तुत करेंगे।

14.7 CCA परिणामों की व्याख्या (Interpretation of CCA Results)

अब हम CCA विप्लेषण के निष्कर्षीय चरण में पहुंच चुके हैं। सही निष्कर्षों पर पहुंचने के लिए यह आवश्यक है कि CCA से उपलब्ध परिणामों की सही रूप में व्याख्या की जाए।

इस क्रिया में पहला कदम होगा: समूचे प्रामाणिक (canonical) प्रतिमान के सांख्यिकीय महत्व की समीक्षा करना। इसके लिए हम Null hypothesis शून्यक अवधारणा का परीक्षण करेंगे। हम यह मान कर चलते हैं कि चरों के दो समूहों में कोई संबंध नहीं है। वैकल्पिक मान्यता यह है कि दोनों चर-समूह संबंधित है।

सही निष्कर्ष जानने के लिए Wilks- λ परीक्षण का प्रयोग करते हुए F-statistic का मूल्य ज्ञात करना होगा।

हमारी व्याख्या में प्रस्तुत CCA का सही निष्कर्ष अब हमें प्राप्त हो सकेगा। हमारे विप्लेषण से उपलब्ध F-statistic का मूल्य उच्च और महत्वपूर्ण है। सारणी 1 में यह मूल्य 0.860 है। तात्पर्य यह है कि हम Null hypothesis की अवहेलना कर सकते हैं। अथवा हम वैकल्पिक मान्यता को स्वीकार कर सकते हैं। निष्कर्ष के रूप में हम यह कह सकते हैं कि जीवन के संतुष्टि स्तर एवं आर्थिक कल्याण सूचकों में सांख्यिकीय दृष्टि में महत्वपूर्ण संबंध पाया जाता है।

उन चरों की पहचान करना चाहेंगे जो कि आर्थिक कल्याण और समूचे जीवन की संतुष्टि में सहसंबंध स्थापित करते हैं। एक बार याद करें कि पहले फलन की रचना इस प्रकार की गई थी कि नवीन चरों के बीच प्रामाणिक सहसंबंध अधिकतम रहे और प्रत्येक समुच्चय के इन नवीन चरों का औसत शून्य तथा विचरण एक इकाई हो।

आइए, अब उन्हीं फलनों की समीक्षा करें जो हमारे चर समूहों में स्वीकार्य विचरण की व्याख्या करने में समर्थ हों। हमारे इस उदाहरण में हम केवल पहले फलन को चुन पाएंगे—

यह 12% विचरण की व्याख्या करता है (देखें सारणी 14.2)। अन्य सभी फलन अपने 10% से कम विचरण की व्याख्या कर पाते हैं।

अभी तक हम इस निष्कर्ष तक पहुँच पाए हैं कि हमारे दो-चर समुच्चयों के बीच सांख्यिकीय दृष्टि से महत्वपूर्ण संबंध है। यही नहीं, इस संबंध के प्रामाणिक सहसंबंध के पहले फलन ने इसे अच्छी तरह ग्रहण भी किया है। अब हमारा अगला कदम उन चरों की पहचान करना है जो आर्थिक कुशल क्षेम और जीवन से संतुष्टि के बीच इस सहसंबंध के निर्माण में महत्वपूर्ण योगदान करते हैं।

बहुचरीय प्रतीपगमन विप्लेषण में हम β भारों की सहायता से ऐसे स्वतंत्र चरों को जानने का प्रयास करते हैं जो आश्रित चरों के व्यवहार की समीक्षा करते हैं। CCA में हम प्रतिमान के लिए उपयोगी चरों की पहचान करने के लिए संरचना गुणांक का प्रयोग करते हैं। अतः हम प्रमाणीकृत भारों एवं संरचना गुणांकों की समीक्षा प्रथम फलन से प्राप्त परिणामों से निष्कर्ष ज्ञात करने के लिए करते हैं। हम पुनः इस बात को दोहराएंगे कि हमारा ध्यान केवल पहले फलन पर केंद्रित रहेगा तथा बाकी सभी फलनों को हम नज़र-अंदाज करेंगे क्योंकि यह सांख्यिकीय रूप में महत्वहीन हैं।

चरों के दो समूहों की प्रवृत्ति जानने के लिए हमने सारणी 14.3 का निर्माण किया है। इस सारणी में प्रमाणीकृत फलन गुणांक (अर्थात् भार) और संरचना गुणांक प्रस्तुत किए गए हैं। संरचना गुणांक वर्ग (r_s^2) भी दिए गए हैं। यह गुणांक अवलोकित चरों एवं अवलोकित चरों से निर्मित नए चरों के बीच बंटे विचरण का प्रतिषत प्रस्तुत करती है।

सारणी 14.3: कुल मिलाकर जीवन संतुष्टि के निर्धारक के रूप में आर्थिक खुषहाली के लिए प्रामाणिक समाधान फलन 1

चर	Coef	r_s	r_s^2 (%)
आदर्श जीवन के समीप जीवन	.221	-.502	25.20
जीवन के क्षण मेरी पसंदगी के आर-पार	-.692	-.905	81.90
जीवन से संतुष्ट	-.223	-.729	53.14
जीवन की उपलब्धियां	-.400	-.746	55.65
जीवन में कोई भारी परिवर्तन नहीं चाहते हैं	-.054	-.427	18.23
वार्षिक आय	-.381	-.857	73.44
अचल निधि	.029	-.256	6.55
चल निधि	-.210	-.696	48.44
शैक्षिक उपलब्धि	-.668	-.895	80.10
रोज़गार स्तर	.219	-.286	8.17

गुणांक (Coef) : मानित प्रामाणिक फलन गुणांक, r_s = संरचना गुणांक r_s^2 = वर्ग संरचना गुणांक

गुणांक पर नज़र डालते हुए हम पाते हैं कि संबद्ध आश्रित चर हैं : “जीवन की परिस्थितियाँ मेरे अनुकूल तय हैं, मैं जीवन से संतुष्ट हूँ, मेरी उपलब्धियाँ मेरी आकांक्षाओं के अनुकूल हैं।” इन सभी चरों के संरचना गुणांक वर्ग उच्च हैं जो यह स्पष्ट करता है कि अवलोकित चर पहले से ज्ञात चरों में विचरण में योगदान दे सकता है। फलन 1 के समीकरण की दूसरी ओर देखते हुए जिसमें पूर्वाकलक समूह शामिल है, हम पाते हैं कि वार्षिक आय, चल परिसम्पत्तियाँ एवं शैक्षिक उपलब्धियों वाले चरों का मौलिक योगदान है। आपको यह ज्ञात होगा कि फलन के निर्वचन की यह प्रक्रिया उसी प्रकार की है जैसा कि प्रतीपगमन विप्लेषण में पूर्वाकलक चरों को ज्ञात करने की होती है। अंतर इतना ही है कि हम CCA में समीकरणों के दो समूहों पर ध्यान रखते हैं।

1) 'अंतर विषयी दृष्टिकोण' से आप क्या समझते हैं?

.....

.....

.....

.....

.....

2) शोध प्रश्नों की अंतर विषयी प्रकृति को ज्ञात करने के लिए CCA किस प्रकार उपयोगी है?

.....

.....

.....

.....

.....

3) SPSS सॉफ्टवेयर का प्रयोग करते हुए CCA की गणना में किन चरणों का पालन किया जाता है।

.....

.....

.....

.....

.....

14.8 प्रामाणिक सहसंबंध की सीमाएं (Limitations of Canonical Correlation)

- 1) यह विधि चरों के समूहों की रेखीय संरचना में पाए जाने वाले विचरण को प्रकट करती है, न कि चरों से प्राप्त विचलन की।
- 2) प्रामाणिक फलनों से आकलित प्रामाणिक भागों में बड़े आकार की अस्थिरता विद्यमान होती है।
- 3) संबंधों को अधिकतमकरण करने के प्रयास में CCA में निर्वचन की विधि भिन्न होती है।
- 4) स्वतंत्र और आश्रित चरों के उपागमों में अर्थपूर्ण संबंध स्थापित करना कठिन होता है क्योंकि उपयुक्त आंकड़ों का अभाव होता है।

14.9 सारांश (Let Us Sum Up)

बहुत से आश्रित एवं स्वतंत्र चरों में संबंध जानने के लिए CCA एक उपयोगी और शक्तिशाली तकनीक है। यह तकनीक मुख्यतः व्याख्यात्मक है, हालांकि भविष्य के बारे में जानने के लिए इसका प्रयोग किया जा सकता है। इस तकनीक में दो समूहों में से चरों के भारित जोड़ों का चयन कर लिया जाता है जिनके आधार पर प्रत्येक समूह में नए चरों का निर्माण इस प्रकार किया जाता है कि विभिन्न समूहों में नए चरों में सहसंबंध अधिकतम हो सके जबकि प्रत्येक समूह के चरों में आपस में कोई संबंध न हो और औसत का मूल्य शून्य व विचरण इकाई के बराबर हो। CCA से प्राप्त परिणामों से उन प्रश्नों के उत्तर उपलब्ध हो

जाते हैं जो इस बात से संबंधित होते हैं कि बहु-चरों के दो समूह कितने तकनीकों से आपस में जुड़े हुए हैं, (संबंध की मजबूती एवं संबंध की प्रकृति) CCA यह संभव करती है कि विभिन्न चरों को सम्मिश्रित किया जा सकता है, अन्यथा इन सभी चरों के अनेकानेक सहसंबंध पाए जाएंगे। अनेक आश्रित एवं स्वतंत्र चरों में सहसंबंध पाने की यह सरल विधि है विशेष रूप में उस परिस्थिति में जहां दो चरों के समूहों में संबंध की जानकारी के बारे में हमें पहले से ज्ञात है।

CCA दो सांख्यिकीय मान्यताओं पर आधारित है। एक सहसंबंध गुणांक दो चरों के रेखीय संबंध पर आधारित है। दो, CCA के लिए, जिस वितरण से प्रतिदर्श लिये गए हैं वे प्रसामान्य हैं। CCA के अनेक लाभ भी हैं और सीमाएं भी।

14.10 शब्दावली (Key Words)

- प्रामाणिक सहसंबंध** : स्वतंत्र एवं आश्रित चरों के रेखीय समूहों के बीच संपूर्ण संबंध की शक्ति का माप। वस्तुतः यह दो प्रामाणिक चरों के बीच द्विचर सहसंबंध प्रदर्शित करता है।
- प्रामाणिक सह-संबंध विप्लेषण** : यह बहुचर सांख्यिकीय विप्लेषण है जो बहुचर आश्रित चरों एवं बहुचर स्वतंत्र चरों के समूहों में अंतर्संबंधों के आकलन को सुविधाजनक बनाता है।
- प्रामाणिक पारस्परिक भार** : प्रत्येक अवलोकित स्वतंत्र या आश्रित चर के विपरीत प्रामाणिक चर के साथ संबंध। उदाहरणतः, स्वतंत्र चर आश्रित प्रामाणिक चर से सहसंबंधित होते हैं। उनका निर्वचन प्रामाणिक भार के साथ विपरीत चर से किया जा सकता है।
- प्रामाणिक फलन** : दो रेखीय संयुक्तों (प्रामाणिक चरों) के बीच संबंध (सहसंबंध)। प्रत्येक प्रामाणिक फलन में दो प्रामाणिक चर होते हैं। एक आश्रित चरों के समूह के लिए तथा एक स्वतंत्र चरों के समूह के लिए। संबंध की शक्ति प्रामाणिक सहसंबंध से व्यक्त होती है।
- प्रामाणिक भार** : स्वतंत्र चर एवं उनके प्रामाणिक चरों के बीच सरल रेखीय सहसंबंध का माप। इन्हें कारक भारों के समान माना जा सकता है तथा ये प्रामाणिक संरचना सहसंबंध के रूप में भी जाने जाते हैं।
- प्रामाणिक मूल** : प्रामाणिक सहसंबंध वर्ग जो आश्रित एवं स्वतंत्र चरों के संबंधित अनुकूलतन रूप से भारित प्रामाणिक चरों के बीच परस्पर प्रसरण की मात्रा का एक अनुमान प्रदान करते हैं। यह आइगन मान के रूप में भी जाना जाता है।
- प्रामाणिक चर** : चरों का रेखीय संयोजन जो दो या अधिक चरों के भारित योग को प्रदर्शित करता है। इसकी परिभाषा स्वतंत्र अथवा आश्रित चरों के रूप में की जा सकती है।
- बहुचर प्रतीपगमन विप्लेषण** : बहुचर प्रतीपगमन विप्लेषण बहुत से स्वतंत्र चरों के समूह के आधार पर एक आश्रित चर का पूर्वानुमान करता है।

14.11 कुछ उपयोगी पुस्तकें (Some Useful Books)

Alissa Sherry, Robin K. Henson (2005); Conducting and Interpreting Canonical Correlation Analysis in Personality Research, Journal of Personality Research.

Hotelling, H. (1936); Relations between two sets of variables, Biometrika 28, 321-377.

Johnson, R.A. & Wichern, D.W. (2002); Applied Multivariate Statistical Analysis, Pearson Education, Inc.

Johnson, Dallas E. (1998); Applied Multivariate Methods for Data Analysis, International Thomson Publishing Inc.

Michael S. Lewis-beck Alan Bryman Tim Futing Liao (2004); The sage encyclopedia of Social Sciences Research Methods vol. 1 (2004) page no. 83.

Magnus Borga; Canonical Correlation. A tutorial www.cs.cmu.edu/~tom/10701-spll/sides/cca-tutorial.pdf.

S. Press James (2005); Applied Multivariate Analysis, Dover publication.inc

14.12 बोध प्रश्नों के उत्तर या संकेत (Answers or Hints to Check Your Progress)

बोध प्रश्न 1

- 1) भाग 14.1 देखें
 - 2) भाग 14.6 देखें
 - 3) भाग 14.6 देखें।
-

14.13 अभ्यास प्रश्न (Exercises)

- 1) किन परिस्थितियों में आप बहुचर प्रतीपगमन के स्थान पर उपयुक्त सांख्यिकीय तकनीक के रूप में CCA का चयन करेंगे?
- 2) प्रामाणिक सहसंबंध की गणना में अपनाएं जाने वाली विधि की विस्तार से चर्चा करें।
- 3) CCA की सीमाओं की व्याख्या करें।