इकाई 11 सांख्यिकीय गुणता नियंत्रण

इकाई की रूपरेखा **पृष्ठ संख्या**

11.1 प्रस्तावना 84

उद्देश्य

11.2 गुणता की संकल्पना 85

गुणता नियंत्रण का स्वरूप

11.3 सांख्यिकीय प्रक्रम नियंत्रण 86

विचरण की संकल्पना

नियंत्रण चार्ट

चरों के नियंत्रण चार्ट

प्रक्रम क्षमता विश्लेषण

गुणों के नियंत्रण चार्ट

11.4 स्वीकरण प्रतिचयन 102

प्रतिचयन आयोजना की संकल्पना

एकल प्रतिचयन आयोजना

11.5 सारांश 111

11.6 हल/उत्तर 111

11.1 प्रस्तावना

एक उत्पाद की **गुणता** (quality) की व्यापक परिभाषा यह है कि जिस उद्देश्य को ध्यान में रखकर इस उत्पाद को बनाया गया है इसे उस उद्देश्य की **पूर्ति में खरा उतरना** चाहिए। उदाहरण के लिए, एक बाल पेन को अपने पूरे जीवन-काल में अच्छी तरह से लिखते रहना चाहिए। इसके अतिरिक्त न तो इसका कैप ढीला होना चाहिए और न ही कहीं से लीक होना चाहिए। और साथ ही यह इतना मजबूत होना चाहिए कि सरलता से न टूट सके। क्रिकेट की गेंद के कुछ गुणता-अभिलक्षण हैं– *उसका वज़न, उसका साइज, उसकी चमक, टांके की गुणता,* आदि। और, पानी के नल के वाशर के संबंध में, गुणता अभिलक्षण हैं – *उसकी मोटाई, उसका अंत: व्यास, उसका बाह्य व्यास आदि।*

किसी भी उत्पाद की गुणता का निर्धारण उसके लक्षणों की सम्पूर्णता से किया जाता है। क्या आपने कभी इस बात की ओर ध्यान दिया है कि उत्पाद कब और कहाँ बनाए जाते हैं? जब कभी ये उत्पाद हमें परेशानी में डालते हैं या ठीक ढंग से काम नहीं करते तब हम झल्ला जाते हैं और उत्पाद को (और उसे बनाने वाले लोगों को) बुरा-भला कहने लगते हैं। शायद ही कभी हम यह सोचते हैं कि ये उत्पाद किस प्रकार बनाए जाते हैं और, यह सुनिश्चित करने के लिए कि उत्पादित उत्पाद अच्छी गुणता वाला है या नहीं, उत्पादन के दौरान किस तरह की सावधानी बरतनी होती है।

गुणता नियंत्रण (QC) में वे कार्यविधियाँ और क्रिया-पद्धति होती है जो यह सुनिश्चित कर देती है कि उत्पाद के गुणता-अभिलक्षण उसके विनिर्देशों (specifications) के अनुरूप हैं।

प्रश्न यह है कि किसी उत्पाद की गुणता के लिए किसे जिम्मेवार ठहराया जाए? स्पष्ट है कि उत्पाद का निर्माता ही इसका जिम्मेवार होगा। इस इकाई में, हम कुछ सरल सांख्यिकीय साधनों पर चर्चा करेंगे जिनका प्रयोग उत्पादन प्रक्रम में उत्पादों की गुणता को सुनिश्चित करने के लिए किया जाता है। *सामान्यत: सांख्यिकीय गुणता नियंत्रण* (SQC) को प्रभावी ढंग से लागू करने के लिए उन लोगों के सहयोग का होना आवश्यक होता है जो तीन अलग-अलग प्रकार के कार्यों – *विनिर्देशन, उत्पादन, और निरीक्षण,* के लिए जिम्मेवार होते हैं।

भाग 11.2 में, हम आपको गुणता की संकल्पना से परिचित कराएंगे और उन विधियों का भी अध्ययन करेंगे जिनका प्रयोग नियंत्रण प्रक्रम और उत्पाद की गुणता बनाए रखने में किया जाता है। भाग 11.3 में, *सांख्यिकीय प्रक्रम नियंत्रण* के उन प्राथमिक साधनों पर चर्चा करेंगे जिनका प्रयोग उत्पाद की गुणता-पहलुओं के मॉनिटरन करने में किया जाता है। भाग 11.4 में, आप *स्वीकरण प्रतिचयन आयोजनाओं* (acceptance sampling plans) के बारे में अध्ययन करेंगे – जो इस बात को सुनिश्चित करने की एक तकनीक है कि उत्पादित उत्पाद निर्दिष्ट गुणता मानक के अनुरूप हैं या नहीं।

उद्देश्य

इस इकाई को पढ़ लेने के बाद, आप

- शब्द *गुणता* और वाक्यांश *सांख्यिकीय गुणता* नियंत्रण की व्याख्या कर सकेंगे;
- *विचरण, संयोग और निर्देश्य कारण* (assignable causes) की संकल्पना का वर्णन कर सकेंगे;
- चरों और गुणों के नियंत्रण चार्टों का निर्माण और निर्वचन कर सकेंगे;
- नियंत्रण चार्ट के आंकड़ों से प्रक्रम क्षमता (process capability) आकलित कर सकेंगे;
- *स्वीकरण प्रतिचयन आयोजनाओं* (acceptance sampling plans) का वर्णन कर सकेंगे;
- *स्वीकार्य गुणता स्तर* (acceptable quality level), *उत्पादक का जोखिम* (producer's risk), *उपभोक्ता का जोखिम* (consumer's risk) और *प्रचय सहयता प्रतिशत दोषपूर्ण* (lot tolerance percentage defective) के निर्धारण में *oc वक्रों* का प्रयोग और इनका निर्वचन कर सकेंगे;
- एकल प्रतिचयन आयोजना की व्याख्या कर सकेंगे और *(द्विपद नोमोग्राफ़)* (binomial nomograph) की सहायता से कुछ सरल प्रतिचयन आयोजना बना सकेंगे।

11.2 गुणता की संकल्पना

सुबह उठने से लेकर रात को सोने तक हर व्यक्ति किसी न किसी गतिविधि में व्यस्त रहता है। और, इन गतिविधियों को करने के लिए उसे कुछ वस्तुओं पर निर्भर रहना होता है। उदाहरण के लिए, हमें टूथ ब्रश, टूथ पेस्ट, वाश बेसिन या नल, साबुन और डिटर्जेन्ट, खाना बनाने के लिए स्टोव, कार्यालय जाने के लिए वाहन, बिजली के बल्ब, फोन, दवाइयों, आदि जैसी अनेक वस्तुओं की आवश्यकता होती है।

किसी भी उत्पाद की गुणता (quality) उत्पाद से संबंधित कुछ **अभिलक्षणों** (characterstics) और उसमें प्रयोग की गई सामग्री पर निर्भर करता है। उदाहरण के लिए, यदि बाल पेन का व्यास कम हो, तो पेन लीक करने लगेगा। इसी प्रकार, यदि रिफिल की लंबाई जरूरत से अधिक हो, तो प्रेस बटन ठीक से काम नहीं करेगा। इस तरह, हम यह पाते हैं कि बाल पेन जैसे एक साधारण उत्पाद (product) के लिए, बाल का व्यास और रिफिल की लंबाई, दो *गुणता-अभिलक्षण* (quality characterstics) हैं।

क्या आपने कभी यह देखा है कि प्रत्येक बाल पेन के निब में एक छोटा सा बाल लगा होता है।

यूं तो बाल पेन के और भी गुणता-अभिलक्षण होते हैं, परन्तु व्यास और लंबाई को छोड़कर, अन्य सभी गुणता-अभिलक्षण मेय (measurable) नहीं होते।

आपको याद होगा कि *अमेय अभिलक्षण* (non-measurable characteristics) को *गुण* (attribute) कहा जाता है और *मेय* अभिलक्षण को *चर* (variable) कहा जाता है।

11.2.1 गुणता नियंत्रण का स्वरूप

आइए बाल पेन वाला उदाहरण लेकर हम अपनी चर्चा जारी रखें। जैसा कि आप जानते हैं कि कुछ बाल पेन ऐसे भी होते हैं जो दूसरे या तीसरे दिन के बाद लिखना बंद कर देते हैं, और कुछ ऐसे होते हैं जो कुछ विशेष प्रकार के कागजों पर ही ठीक से लिखते हैं; अन्य कुछ ऐसे भी होते हैं जो सभी कागजों पर ठीक से लिखते हैं और तब तक चलते रहते हैं जब तक उनकी रिफिल में एक बूंद स्याही

बची रहती है। जब एक पेन अच्छी तरह से लिखता है, तब हम कहते हैं कि यह *उत्तम गुणता* वाला पेन है।

अब प्रश्न यह है कि किसी उत्पाद की गुणता का निर्णय हम कैसे करते हैं? जब किसी उत्पाद की अभिकल्पना की जा रही होती है, तो उत्पाद के सभी महत्त्वपूर्ण गुणता-अभिलक्षणों पर कुछ *विनिर्देशों* (specifications) या *सहयता-स्तर* (levels of tolerance) को स्थापित कर दिया जाता है। उदाहरण के लिए, बाल-पेन वाली स्थिति में, रिफिल की लंबाई के संबंध में यह विनिर्देश हो सकता है कि उसकी लंबाई 9.80 cm और 10.20 cm के बीच हो। अतः, यदि हम इस बात को सुनिश्चित कर सकें कि उत्पाद के सभी गुणता-अभिलक्षणों को उनकी विनिर्दिष्ट सीमाओं में बनाए रखा जाता है, तब उत्पाद की गुणता स्वतः ही उत्तम हो जाएगी।

होटलों में खाना बनाना निर्माण प्रक्रम का एक उदाहरण है।

परन्तु, हम जानते हैं कि *उत्पादन प्रक्रम* (manufacturing process) लोगों, उपकरणों, सामग्रियों, विधियों और पर्यावरण के बीच की एक पारस्परिक क्रिया (interaction) होती है, जहाँ कि निर्गत (output) या तो एक अन्य उत्पाद होगा या फिर एक ऐसा घटक जो कि किसी अन्य उत्पाद (end product) को प्राप्त करने में प्रयोग होता हो। इस तरह, किसी *प्रक्रम* (process) के निष्पादन का पता उसके उत्पादन की गुणता से होता है और, इस तरह, उत्पादन *गुणता-अभिलक्षणों* की जाँच करके इसका निर्धारण किया जा सकता है। अतः, *प्रक्रम* को इस प्रकार से प्रचालित किया जाता है कि निर्गत उत्पाद के गुणता-अभिलक्षणों को अपेक्षित स्तरों पर बनाए रखा जा सके। इसे *प्रक्रम का नियंत्रण* (controlling a process) कहा जाता है।

सांख्यिकीय गुणता नियंत्रण की तकनीकों का व्यापक अनुप्रयोग उत्पादन रहित प्रक्रमों में भी होता है।

1924 में, बेल टेलीफोन लेबारेटरी के *वाल्टर ए. शिवार्ट* ने औद्योगिक उत्पादों की गुणता का नियंत्रण करने के लिए, *सांख्यिकीय नियंत्रण चार्ट* (statistical control charts) को एक साधन के रूप में प्रस्तुत किया। उसके बाद ही लोग गुणता नियंत्रण में सांख्यिकीय तकनीकों के महत्त्व को धीरे-धीरे समझने लगे। आज यह स्थिति है कि पूरे विश्व में गुणता-नियंत्रण के लिए सांख्यिकीय तकनीकों को न केवल अनिवार्य समझा जाता है, बल्कि यह भी माना जाता है कि तकनीक गुणता संबंधित अन्य सभी मामलों में भी ये महत्वपूर्ण भूमिका निभाते हैं।

मोटे तौर पर, सांख्यिकीय गुणता-नियंत्रण की तकनीकों को दो वर्गों में विभाजित किया जा सकता है: (i) *सांख्यिकीय प्रक्रम नियंत्रण* (SPC) तकनीक; और (ii) *स्वीकरण प्रतिचयन* (acceptance sampling). *सांख्यिकीय गुणता नियंत्रण तकनीकों* का प्रयोग लगभग सभी उत्पादन प्रक्रमों में किया जाता है और, वास्तविक स्थिति से जुड़ी समस्याओं को हल करने, *प्रक्रम स्थायित्व प्राप्त करने*, और उत्पाद की गुणता में लगातार सुधार लाने में काफी उपयोगी होते है। इन तकनीकों में अति महत्त्वपूर्ण तकनीक है-नियंत्रण-चार्ट। अगले भाग में हम *नियंत्रण चार्ट* (control chart) पर चर्चा करेंगे।

अनेक स्थितियों में, उत्पाद के एक या अधिक घटकों को बाहर से खरीदा जाता है और इन घटकों की गुणता पर उत्पाद का कोई सीधा नियंत्रण नहीं होता। तब ऐसी स्थितियों में, यह सुनिश्चित करने के लिए कि खरीदे गए घटक निर्दिष्ट गुणता-स्तर के अनुरूप हैं या नहीं, *स्वीकरण प्रतिचयन तकनीक* (acceptance sampling technique) अधिक उपयोगी होती है।

अगले भाग में, हम *सांख्यिकीय गुणता नियंत्रण तकनीक* पर चर्चा करेंगे और *स्वीकरण प्रतिचयन तकनीक* पर चर्चा हम भाग 11.4 में करेंगे।

11.3 सांख्यिकीय प्रक्रम नियंत्रण

रिफिल लंबाई समस्या

सांख्यिकीय प्रक्रम नियंत्रण एक क्रिया-पद्धति (methodology) है जिसका प्रयोग, एक नियत अवधि पर, प्रक्रम से गुणता-अभिलक्षणों से संबंधित आंकड़ें एकत्रित करके, इन आंकड़ों का विश्लेषण करके, और विश्लेषण से प्राप्त परिणामों पर आवश्यक कार्रवाई करके प्रक्रम को समझने और मानिटर करने में किया जाता है।

अब हमारी आगे की चर्चा बॉल पेन बनाने वाली एक कंपनी मैसर्स बी पी एण्ड कंपनी से संबंधित होगी।

इस कंपनी का एक अनुभाग बॉल पेनों की रिफिल बनाता है। रिफिल की लंबाई के विनिर्देश, जो कि रिफिल का एक गुणता अभिलक्षण है, 10 ± 0.2 cm है। रिफिल बनाते समय इस बात से हम कैसे सुनिश्चित होते हैं कि इन रिफिलों की लंबाई बताए गए विनिर्देशों के अनुरूप हैं?

11.3.1 विचरण की संकल्पना (Concepts of variation)

हम जानते हैं कि प्रक्रम कितना ही उत्तम क्यों न हो परन्तु बनाने पर रिफिल की लंबाई में थोड़ा-बहुत अंतर आ ही जाता है। यदि इस प्रक्रम को स्थायी अवस्थाओं में प्रचालित किया गया हो अर्थात्, *मशीन की सेटिंग समान हो, प्रयुक्त सामग्रियों की गुणता समान हो, ऑपरेटर समान रूप से अनुभवी हों*, आदि, तब, ऐसी हालत में, रिफिल की लंबाई जैसे अभिलक्षण सामान्यत: एक विशिष्ट विचरण प्रतिरूप प्रदर्शित करते हैं। अर्थात्, यदि कोई प्रक्रम स्थायी अवस्थाओं में प्रचालित हो रहा हो, तो उत्पाद के गुणता-अभिलक्षण में विचरण की मात्रा प्राय: कम हो जाती है और ऐसा होना अनेक छोटे-छोटे कारणों का परिणाम होता है। इन छोटे-छोटे कारणों को *संयोग कारण* (chance cause) कहा जाता है और ये प्राय: अपरिहार्य (inevitable) होते हैं।

विचरण प्रतिरूप का अर्थ है सांख्यिकीय बंटन।

परिणामी विचरण को प्रक्रम का *संयोग कारण विचरण* (या *अंतर्निष्ट विचरण* भी) कहा जाता है। व्यवहार में, हम यह पाते हैं कि अधिकांश प्रक्रम में प्राय: गड़बड़ी हो ही जाती है।

इसके विपरीत, मशीन की सेटिंग में थोड़ा सा भी परिवर्तन होने पर, कच्चे माल की गुणता में यकायक गिरावट आने से, या नियमित आपरेटर की अनुपस्थिति में एक नए आपरेटर को काम पर रखने से, आदि, जैसे कुछ ऐसे कारण हैं, जो *स्थायी प्रक्रम* (stable process) में गड़बड़ी ला सकते हैं। इस स्थायी प्रक्रम से बाह्य हो रहे विचरण के कारणों का पता लगाया जा सकता है और उसे ठीक किया जा सकता है। इस कारणों को *निर्देश्य कारण* (assignable cause) कहा जाता है।

संयोग कारण

जब *निर्देश्य कारण* प्रक्रम में व्याप्त रहते हैं तो प्रक्रम अस्थायी हो जाता है और यह गुणता-अभिलक्षण के व्यवहार में प्रदर्शित हो जाता है। अर्थात्, ऐसी स्थिति में, गुणता अभिलक्षण के बंटन में बार-बार परिवर्तन होने लगेंगे। परिणामस्वरूप, आंकड़ों में और अधिक विचरण होने लगेंगे। *इस विचरण को निर्देश्य कारणों से हुआ विचरण* कहा जाता है।

निर्देश्य कारण

यहाँ यह याद रखना आवश्यक है कि जब कोई प्रक्रम केवल *संयोग कारणों* के अधीन प्रचालित हो रहा होता है तब हम कहते है कि प्रक्रम सांख्यिकीयत: स्थायी है या प्रक्रम *सांख्यिकीय नियंत्रण* में है।

शेवार्ट नियंत्रण चार्ट की उपयोगिकता का पता इस बात से चलता है कि यह गुणता विचरण से संबंधित निर्देश्य कारणों को अलग कर देता है। अत:, नियंत्रण चार्ट का प्रयोग प्रक्रम के स्थायित्व का मानिटरन करने में होता है और जब कभी प्रक्रम में कोई निर्देश्य कारण उत्पन्न होने लगता है, तो यह चार्ट उसके प्रति हमें सतर्क कर देता है। इन नियंत्रण चार्टों से हमें इस बात का भी पता चला जाता है कि प्रक्रम में धीरे-धीरे सुधार आ रहा है या धीरे-धीरे कमी हो रही है।

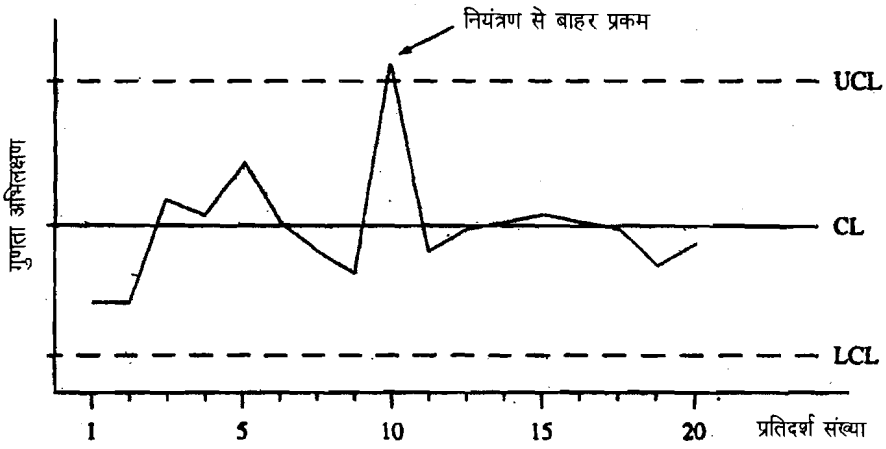
11.3.2 नियंत्रण चार्ट (Control chart)

युगपत प्रक्रम नियंत्रण (on-line process control) में *नियंत्रण चार्टों* की संकल्पना एक अति प्रभावशाली तकनीक होती है। मानिटरन के अतिरिक्त, कंट्रोल चार्ट प्रक्रम की क्षमता का मूल्यांकन करने और प्रक्रम में लगातार सुधार लाने में भी उपयोगी होते हैं।

युगपत प्रक्रम नियंत्रण का अर्थ है प्रक्रम के प्रतिदर्श उत्पादनों की आवर्तित: जांच करके तथा आवश्यकतानुसार संशोधी क्रियाएं लागू करके प्रक्रम का मानिटरन करना।

अब आप ऊपर बतायी गई रिफिल की लंबाई संबंधी समस्या पर पुन: ध्यान दीजिए। इस समस्या का प्रभावी ढंग से हल करने के लिए हम नियंत्रण चार्ट तकनीक का प्रयोग कर सकते हैं। आइए, सबसे पहले हम यह देखें कि नियंत्रण चार्ट किस प्रकार बनाए जाते हैं।

नियंत्रण चार्ट एक द्विविम (two-dimensional) ग्राफ होता है जिसका x-*अक्ष* प्रतिदर्श-संख्याओं (sample number) को निरूपित करता है और y-*अक्ष* गुणता-अभिलक्षण (quality characteristic) को। इसमें एक ठोस *केन्द्र-रेखा* (central line) और दो *बिन्दुकित रेखाएँ* (dotted lines) होती हैं जिनमें से एक रेखा को *उपरि नियंत्रण सीमा* (upper control limit) और दूसरी को *निम्न नियंत्रण सीमा* (lower control limit) कहा जाता है। (चित्र 1 देखिए।)



चित्र 1

इस तरह, **नियंत्रण चार्ट बनाने में** *प्रक्रम से आवर्तित: प्रतिदर्श एकत्रित करना होता है, प्रत्येक प्रतिदर्श के लिए गुणता-अभिलक्षण अभिकलित करना होता है, और प्रतिदर्श संख्या के विरुद्ध इसे आलेखित करना होता है। आखिर में क्रमागत बिन्दुओं को रेखा-खंडों से जोड़ दिया जाता है।*

जब तक आलेखित बिन्दु *उपरि और निम्न नियंत्रण सीमाओं* में होती हैं और कोई भी विशिष्ट प्रतिरूप प्रदर्शित नहीं करती हैं, तब तक हमें इस बात का कोई प्रमाण नहीं मिलता कि प्रक्रम *सांख्यिकीय नियंत्रण के अधीन नहीं है।* जब बिन्दु नियंत्रण सीमाओं के बाहर (निम्न नियंत्रण सीमा के नीचे या उपरि नियंत्रण सीमा के ऊपर) होते हैं, तब यह एक कारण होता है और एक उच्च प्रायिकता वाले निर्देश्य कारण की स्थिति बताता है।

फिर भी, कुछ खराबी होने पर *नियंत्रण चार्ट* से हमें यह पता नहीं चलता कि प्रक्रम के साथ किस तरह की गड़बड़ी हुई है। यह पर्यवेक्षक या गुणता नियंत्रण प्रबंधक की जिम्मेवारी होती है कि वह यह पता लगाए कि प्रक्रम के साथ क्या गड़बड़ी हुई है।

अधिकांश स्थितियों में, *गुणता अभिलक्षण एक प्रसामान्य बंटन का अनुसरण करता है* या उसे एक प्रसामान्य बंटन से सन्निकटित किया जा सकता है। और, हम यह भी जानते हैं कि $\mu - 3\sigma$ से कम या $\mu + 3\sigma$ से अधिक, जहाँ μ माध्य है और σ इसका मानक विचलन है, मान ग्रहण करने वाले प्रसामान्यत: बंटित यादृच्छिक चर की प्रायिकता अत्यधिक कम (0.0027 के बराबर) होती है।

3σ सीमाएँ

अत:, यदि कोई प्रेक्षण (observation) 3σ सीमाओं के बाहर पड़ता हो, तो यह समझा जाता है कि कहीं कोई गड़बड़ी अवश्य हुई है। यही कारण है कि *3σ सीमाओं का प्रयोग करके नियंत्रण चार्ट पर नियंत्रण-सीमाएं स्थापित की जाती हैं।* फलस्वरूप, जब एक नियंत्रण चार्ट पर कोई बिंदु नियंत्रण सीमाओं से बाहर होता है तो इस बात की संभावना काफी होती है कि निर्देश्य कारण (assignable cause) की उपस्थिति की वजह से ऐसा हुआ है, न कि केवल संयोग से।

गुणता अभिलक्षणों के स्वरूप के अनुसार नियंत्रण चार्टों को दो वर्गों में विभाजित किया जा सकता है: (i) *चरों के नियंत्रण चार्ट;* और (ii) *गुणों* (attribute) *के नियंत्रण चार्ट।*

आगे की चर्चा प्रारंभ करने से पहले आप नीचे दिया गया प्रश्न हल कीजिए।

E1) आपके विचार से चरों के नियंत्रण चार्ट किस प्रकार के गुणता-अभिलक्षणों के लिए उपयुक्त होता है। कुछ ऐसे गुणता-अभिलक्षणों के उदाहरण बताइए जिनके लिए गुणों के नियंत्रण चार्ट की आवश्यकता होती है।

चरों के नियंत्रण चार्टों को उन स्थितियों में अपनाया जाता है जिनमें गुणता अभिलक्षण मेय (measurable) होता है। इस भाग के अगले अंश में हम आपके साथ $\bar{x} - R$ चार्टों, जोकि चरों का एक प्रकार का नियंत्रण चार्ट होता है, पर चर्चा करेंगे।

11.3.3 चरों के नियंत्रण चार्ट

इन चार्टों की व्याख्या करने के लिए हम पुन: रिफिल की लंबाई वाली समस्या पर विचार करेंगे। इस संबंध में सारणी 1 में दिए गए रिफिल की लंबाई संबंधी आंकड़े लीजिए। आप यह देख सकते हैं कि यहाँ प्रतिदर्श (samples) 30 मिनट के अंतराल पर लिए गए हैं। यहाँ प्रत्येक प्रतिदर्श उन पाँच रिफिल की लंबाइयों के संगत है, जिन्हें प्रतिदर्श एकत्रित करते समय बनाया गया है। प्रत्येक प्रतिदर्श को एक **उपसमूह** (subgroup) कहा जाता है।

सारणी 1: रिफिल की लंबाई संबंधी आंकड़े

क्र. सं.	तिथि	समय	उपसमूह					औसत	परिसर
			1	2	3	4	5		
1	23.12.97	08:00	10.11	10.08	10.14	10.10	10.15	10.116	0.07
2		08:30	10.08	10.08	10.12	10.13	10.06	10.094	0.07
3		09:00	10.07	10.22	10.01	10.11	10.07	10.096	0.21
4		09:30	10.21	10.10	10.09	10.13	10.02	10.110	0.19
5		10:00	10.12	9.98	9.91	10.05	10.17	10.046	0.26
6		10:30	10.17	10.14	10.08	10.06	10.23	10.136	0.17
7		11:00	10.10	10.11	10.21	10.05	10.22	10.138	0.17
8		11:30	10.10	10.06	10.23	10.14	9.97	10.100	0.26
9		12:00	10.10	9.96	10.13	10.14	10.04	10.074	0.18
10		12:30	10.05	10.19	10.13	10.10	10.08	10.110	0.14
11	24.12.97	08:00	10.08	10.05	10.05	10.08	10.16	10.084	0.11
12		08:30	9.91	10.21	10.00	10.02	10.29	10.086	0.38
13		09:00	10.11	9.98	9.97	10.04	10.08	10.036	0.14
14		09:30	10.08	10.21	10.13	10.16	10.04	10.124	0.17
15		10:00	9.99	10.14	9.96	10.09	10.07	10.050	0.18
16		10:30	10.17	10.18	10.04	9.99	10.11	10.098	0.19
17		11:00	10.06	9.92	10.10	10.06	10.02	10.032	0.18
18		11:30	10.16	10.12	10.16	10.02	10.19	10.130	0.17
19		12:00	10.14	10.04	10.14	10.02	10.07	10.082	0.12
20		12:30	10.08	10.07	9.97	10.09	10.12	10.066	0.15

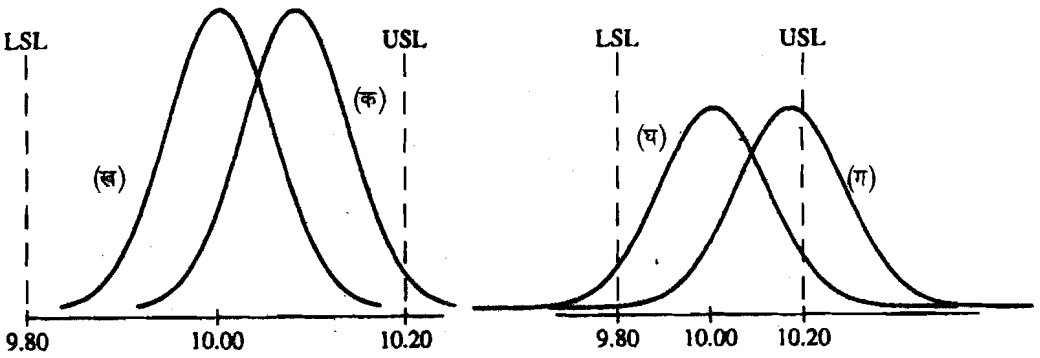
इस तरह, ऊपर की सारणी में, 20 *उपसमूहों* के आंकड़े हैं। किसी भी उपसमूह के *पांच प्रेक्षणों* में हुए विचरण को केवल *संयोग कारणों* (chance causes) से संबंधित माना जाता है, *क्योंकि यह पांच प्रेक्षण* उन पांच रिफिलों के संगत हैं जिन्हें लगभग एक ही समय पर बनाया गया था और इस बात की संभावना लगभग नहीं के बराबर होती है कि इतने कम समय-अंतराल में उन पर किसी *निर्देश्य कारण* (assignable causes) का प्रभाव पड़ा हो।

आइए अब हम *प्रतिचयन की बारंबारता* (frequency of sampling) पर चर्चा करें। मान लीजिए कि प्रतिदर्श प्रत्येक 30 मिनट के अंतराल पर नहीं बल्कि प्रत्येक पांच मिनट के अंतराल पर लिए गए हैं, तब क्रमागत उपसमूहों के बीच कोई बड़ा अंतर या परिवर्तन नहीं मिलेगा। अत:, बहुत कम अंतराल पर प्रतिचयन लेना व्यर्थ में अपने को कष्ट में डालने के बराबर है।

इन सभी बातों को ध्यान में रखकर, *उपसमूहों के चयन* और उनकी *बारंबारता* के संबंध में निर्णय इस प्रकार लेना होता है जिससे कि उपसमूह-अंतर्गत (within a subgroup) प्रेक्षण में विचरण केवल संयोग कारणों से होता हो और उपसमूहों के बीच विचरण निर्देश्य कारणों के प्रभाव की वजह से होता हो। इस विधि से चुने गए उपसमूहों को *तर्कसंगत उपसमूह* (rational subgroup) कहा जाता है। आपको याद होगा कि रिफिल की लंबाई के विनिर्देश 10 ± 0.2 cm हैं। अत:, यदि बताई गई रिफिल की लंबाई

ठीक-ठीक 10 cm हो तो हम काफी प्रसन्न होंगे। परन्तु, हम जानते हैं कि व्यावहारिक दृष्टि से यह संभव नहीं होता है। अत:, हम इस बात से सुनिश्चित होने का प्रयास करते हैं कि कम से कम रिफिल की औसत लंबाई यथासंभव 10 cm के निकट हो और रिफिल की लंबाई में यथासंभव कम से कम विचरण हो।

यहाँ **LSL** और **USL** क्रमश: *निम्न और उपरि विनिर्देश सीमाओं* को प्रकट करते हैं।



चित्र 2

चित्र 2 में (क) से (घ) तक दिए गए चार वक्र रिफिल की लंबाइयों के चार अलग-अलग बंटनों की व्याख्या करते हैं। इससे, आप यह देख सकते हैं कि वक्र (क) में माध्य लंबाई अधिक है, यद्यपि यहाँ विचरण कम है। अत:, यदि हमारे प्रक्रम से इस प्रकार के रिफिल बनते हों तो कुछ प्रतिशत रिफिल लंबाई विनिर्देश के अनुरूप नहीं होंगे। फिर भी, यदि हम प्रक्रम का इस प्रकार समायोजन कर लें कि माध्य लंबाई 10 cm के बराबर हो, तो हमारा प्रक्रम उत्तम माना जाएगा। तब, इस स्थिति में, रिफिल की लंबाई का बंटन ठीक वैसा ही दिखाई पड़ेगा जैसा कि (ख) में दिखाया गया है।

इसके विपरीत, यदि बंटन वक्र (ग) से दिया हुआ हो तो लक्ष्य पर माध्य का समायोजन करने के बाद भी लंबाई के संबंध में कोई अनुरूपता नहीं होगी (वक्र (घ) देखिए)। अत:, इस स्थिति में, विचरण कम करने के लिए हमें प्रक्रम में सुधार लाने की जरूरत होती है।

माध्य और विचरणशीलता का नियंत्रण

इससे हमें इस बात का पता चलता है कि *जब गुणता-अभिलक्षण* (quality characteristic) *एक चर होता है, तो इसके माध्य और विचरण दोनों पर नियंत्रण करना अनिवार्य होता है।* यही कारण है कि मेय (measurable) गुणता-अभिलक्षणों के लिए दो अलग-अलग नियंत्रण चार्ट- एक माध्य का और दूसरा विचरणशीलता (variability) पर नियंत्रण करने के लिए बनाने होते हैं।

गुणता नियंत्रण की शब्दावली में, जब एक प्रक्रम स्थायी होता है तो विचाराधीन गुणता अभिलक्षण का माध्य **प्रक्रम माध्य** (process mean) कहलाता है और इसकी विचरणशीलता को **प्रक्रम विचरणशीलता** (process variability) कहा जाता है।

यहाँ, *हम प्रक्रम माध्य को μ से और प्रक्रम मानक विचलन को σ से प्रकट करते हैं।*

अब मान लीजिए $x_1, x_2, \ldots, x_5$ रिफिल की लंबाई के लिए गए उपसमूह के पांच स्वतंत्र प्रेक्षण हैं। यदि उपसमूह तर्कसंगत (rational) हो, तो हम प्रत्याशा कर सकते हैं कि $x_1, x_2, \ldots, x_5$ समान माध्य और मानक विचलन वाले यादृच्छिक चर हैं।

$\bar{x}$ – R चार्ट

मान लीजिए $\bar{x}$ और R इन पांच प्रेक्षणों के क्रमश: *औसत* और *परिसर* (range) हैं। तब $\bar{x}$ को *उपसमूह औसत* (subgroup overage) और R को *उपसमूह परिसर* (subgroup range) कहा जाता है।

आपको याद होगा कि प्रेक्षणों के वृहत्तम और लघुतम मानों के बीच का अंतर परिसर कहलाता है।

एक $\bar{x}$ - R चार्ट में दो अलग-अलग चार्ट बनाए जाते हैं: (i) $\bar{x}$ - *चार्ट*, और (ii) R- *चार्ट*। $\bar{x}$-चार्ट में, जिसका प्रयोग *प्रक्रम माध्य* पर नियंत्रण करने के लिए किया जाता है, हम *प्रतिदर्श-संख्या* के विरुद्ध *प्रतिदर्श औसत* आलेखित करते हैं, और R-चार्ट में, जिसका प्रयोग *प्रक्रम विचरणशीलता* पर नियंत्रण

करने में किया जाता है, हम *प्रतिदर्श संख्या* के विरुद्ध *प्रतिदर्श परिसर* (sample range) आलेखित करते हैं।

आपको याद होगा कि *नियंत्रण सीमाएँ* 3σ - सीमाओं की संकल्पना के आधार पर *परिकलित* की गई हैं। और, इकाई 4 में, हम यह पढ़ चुके हैं कि *यदि* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *माध्य* μ *और मानक विचलन* σ *वाले स्वतंत्र यादृच्छिक चर हैं तो (केन्द्रीय सीमा प्रमेय के अनुसार)* $\bar{x}$ *का माध्य* μ *होता है और*

इसका मानक विचलन $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ *के बराबर होता है।*

और, क्योंकि हमने प्रतिदर्श-औसत $\bar{x}$-चार्ट पर आलेखित किया है, इसलिए वैयष्टिक प्रेक्षणों (individual observations) का प्रयोग न करके, माध्य और औसतों के मानक विचलन का प्रयोग करते हुए हमें *केन्द्र-रेखा* और *नियंत्रण सीमाएँ* बनानी चाहिए। इस तरह, $\bar{x}$ -चार्ट की *केन्द्र रेखा* (CL), *निम्न नियंत्रण सीमा* (LCL) और *उपरि नियंत्रण सीमा* (UCL) ये होते हैं,

$$CL = \mu,\ LCL = \mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ और } UCL = \mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (1)$$

व्यवहार में, हमें μ और σ के मान ज्ञात नहीं होते। अतः आंकड़ों से हम मानों को आकलित करते हैं और समीकरण (1) में μ और σ के स्थान पर इनके आकल प्रयोग में लेते हैं।

जहाँ n प्रतिदर्श-आमाप (sample size) है (उदाहरण के लिए, रिफिल की लंबाई वाली समस्या में $n = 5$.)। और, μ तथा σ के आकल $\hat{\mu} = \bar{\bar{x}}$ और $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$ से प्राप्त हो जाते हैं, जहाँ $\bar{\bar{x}}$, सभी उपसमूह औसतों का औसत है, $\bar{R}$ उपसमूह परिसरों का औसत है, और d_2, n पर आश्रित एक अचर है। समीकरण (1) में इन आकलों को प्रतिस्थापित करने पर, हमें

$$CL = \bar{\bar{x}},\ LCL = \bar{\bar{x}} - 3\frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R},\ UCL = \mu + 3\frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}, \quad (2)$$

प्राप्त होता है, जहाँ $A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$

इसी प्रकार, एक $\bar{R}$ - चार्ट की नियंत्रण सीमाएँ भी 3σ सीमाओं की संकल्पना के आधार पर परिकलित की जाती हैं और ये निम्नलिखित द्वारा दी जाती हैं :

$$CL = \bar{R},\ LCL = d_3\bar{R} \text{ और } UCL = d_4\bar{R}, \quad (3)$$

जहाँ d_3 और d_4, n पर आश्रित एक अचर है। हम अपनी आगे की चर्चा में d_2, d_3, d_4 और A_2 के उन मानों का प्रयोग करेंगे जो कि नीचे की सारणी 2 में दिए गए हैं।

सारणी 2 : नियंत्रण चार्ट के अचर

प्रतिदर्श आमाप, n	d_2	A_2	d_3	d_4
2	1.128	1.88	0	3.27
3	1.693	1.02	0	2.57
4	2.059	0.73	0	2.28
5	2.326	0.58	0	2.11
6	2.534	0.48	0	2.00
7	2.704	0.42	0.08	1.92

उदाहरण के लिए, जब $n = 5$, तब $d_2 = 2.326$, $A_2 = 0.58$, $d_3 = 0$ और $d_4 = 2.11$. आइए हम निम्नलिखित समस्या को हल करने के लिए इन मानों का प्रयोग करें।

प्रश्न 1: रिफिल की लंबाई से संबंधित आकड़ों के लिए μ और σ आकलित कीजिए और $\bar{x}$ तथा R - चार्ट की नियंत्रण सीमाएँ परिकलित कीजिए।

हल : सारणी 1 में दिए गए नए आकड़ों के प्रयोग से हमें

$$\bar{\bar{x}} = \frac{10.116 + 10.094 + \ldots.. + 10.066}{20} = \frac{201.808}{20} = 10.09; \text{ और}$$

$$\bar{R} = \frac{0.07 + 0.07 + ... + 0.15}{20} = \frac{3.51}{20} = 0.175$$

प्राप्त होते हैं। तब, μ और σ के आकल ये होते हैं

$\hat{\mu} = 10.09$ और $\hat{\sigma} = \frac{0.175}{2.326} = 0.0752.$

अत:, $\bar{x}$ - चार्ट की नियंत्रण सीमाएँ ये होती हैं

$CL = \bar{\bar{x}} = 10.09$; $LCL = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} = 10.09 - 0.58 \times 0.175 = 9.999$; और

$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} = 10.09 + 0.55 \times 0.175 = 10.19.$

इसी प्रकार, $\bar{R}$ - चार्ट की नियंत्रण सीमाएँ ये होती हैं

$CL = \bar{R} = 0.175$; $LCL = d_3 \bar{R} = 0.0 \times 0.175 = 0.0$, और

$UCL = d_4 \bar{R} = 2.11 \times 0.175 = 0.369$

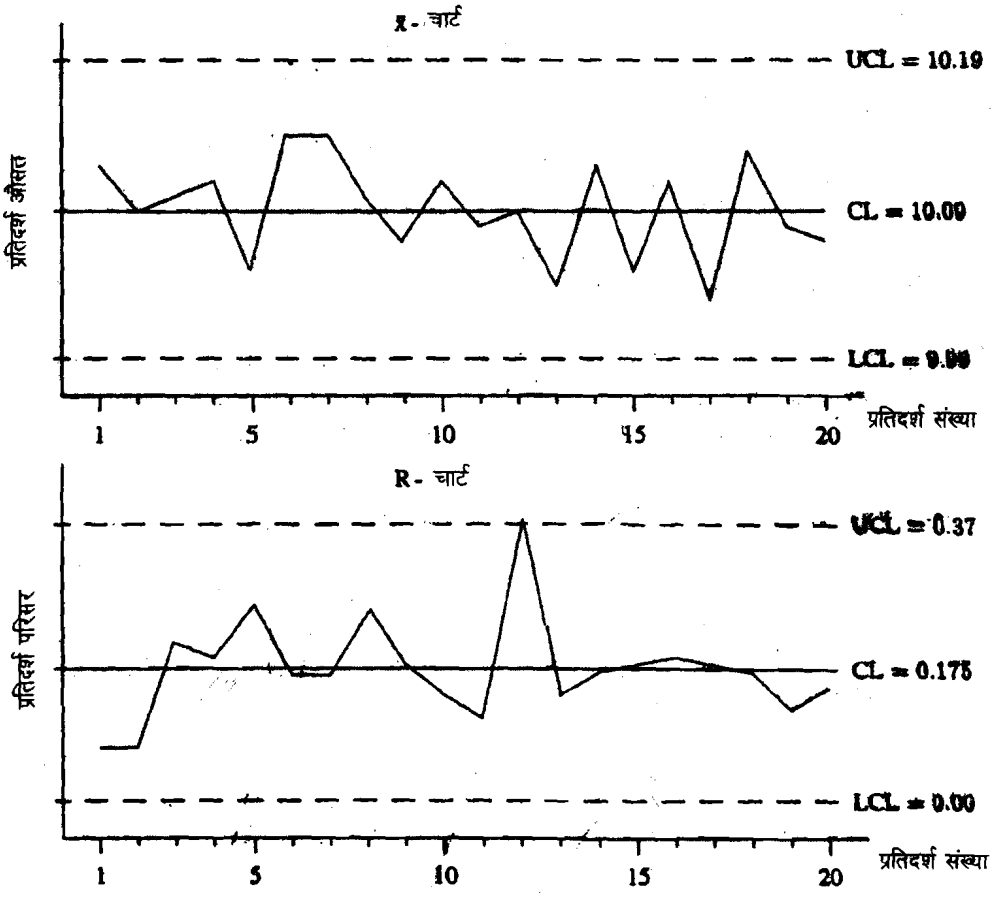
इस चरण पर, हम इन नियंत्रण सीमाओं को **अभिप्रयोग नियंत्रण सीमाएँ** कहते हैं, क्योंकि यहाँ हम यह नहीं जानते हैं कि विश्लेषित किया गया आंकड़ा स्थायी प्रक्रम के संगत है या नहीं।

———— × ————

अब आप नीचे दिया गया प्रश्न हल कीजिए।

E2) क्रिकेट की गेंद बनाने वाली एक कंपनी गेंदों के वजन के लिए नियंत्रण चार्ट बनाना चाहती है। इसके लिए, 25 प्रतिदर्श एकत्रित किए गए जिनमें प्रत्येक का आमाप 4 था। *प्रतिदर्श औसतों का योगफल* और *प्रतिदर्श-परिसरों का योगफल* क्रमश: 7575 ग्राम और 154 ग्राम था। प्रक्रम माध्य और मानक विचलन आकलित कीजिए और $\bar{x}$ तथा R - चार्टों की नियंत्रण- सीमाएँ अभिकलित कीजिए।

सारणी 1 के आंकड़ों की सहायता से बनाए गए प्रश्न 1 के $\bar{x}$ और R - चार्ट चित्र 3 में दिखाए गए हैं।



चित्र 3

ध्यान दीजिए कि विचरणशीलता के संबंध में R- चार्ट में बारहवीं बिन्दु नियंत्रण स्थिति से बाहर होने को प्रदर्शित करती है। यह बारहवाँ उपसमूह अन्य उपसमूहों के समरूप नहीं भी हो सकता है जिससे यह पता चलता है कि प्रक्रम स्थायी नहीं भी हो सकता।

यद्यपि वास्तविक कारण का निर्धारण नहीं भी किया जा सकता है फिर भी एक या अधिक *निर्देश्य कारण* ऐसे अवश्य होंगे जिनके कारण उच्च विचरण होता है। इस स्थिति में उत्तम यह होता है कि उपसमूह संख्या 12 की उपेक्षा करके नियंत्रण सीमाओं का परिकलन पुन: किया जाए।

आप इसे नीचे दिए गए प्रश्न में हल करने का प्रयास कीजिए।

यही कारण है कि हमने पिछली सीमाओं को *अभिप्रयोग नियंत्रण सीमाएँ* कहा था।

E3) सारणी 1 के 12 वें उपसमूह के आंकड़ों की उपेक्षा कीजिए और μ तथा σ आकलित कीजिए। शेष 19 उपसमूहों के साथ, $\bar{x}$ और R- चार्टों की नियंत्रण सीमाएँ अभिकलित कीजिए। क्या ये आंकड़े 12 वें उपसमूह के बिना सांख्यिकीय नियंत्रण प्रदर्शित करते हैं?

समांग बनाने (homogenising) के दौरान, यदि आप 25% से अधिक उपसमूहों की उपेक्षा करते हैं तो उत्तम यही होगा कि पूरे आंकड़ों की उपेक्षा कर दी जाए और नए सिरे से आंकड़े एकत्रित किए जाएँ। परन्तु नियंत्रण चार्ट विश्लेषण के लिए आंकड़े एकत्रित करते समय इस बात को सुनिश्चित करना आवश्यक है *कि आंकड़ा संग्रह करने की पूरी अवधि में प्रक्रम अवस्थाऐं समान बनी रहें।*

बहिर्वर्ती (outlying) उपसमूहों का निरसन करने के बाद नियंत्रण सीमाओं को पुन: परिकलित करने के प्रक्रम को **समांगीकरण** (homogenization) कहा जाता है।

अब, E3 के हल से, हम यह जानते हैं कि यदि हम 12 वें उपसमूह का निरसन करके नियंत्रण चार्ट पुन: बनाएँ तो $\bar{x}$- चार्ट और R- चार्ट दोनों ही सांख्यिकीय नियंत्रण की अवस्था को प्रदर्शित करेंगे। तब, क्या इसका अर्थ यह होगा कि यह प्रक्रम आवश्यकताओं की पूर्ति करता है?

प्रश्न 2: क्या इस प्रकार से बनाए गए रिफिलों की लंबाई विनिर्देश के अनुरूप होती है।

हल : मान लीजिए X लंबाई को प्रकट करता है और हम यह मान लेते हैं कि यह प्रसामान्यत: बंटित है, जिसके माध्य और मानक विचलन क्रमश: 10.09 और 0.075 हैं। तब हम पाते हैं कि

$$P[X > 10.20] = P\left[\frac{X - 10.09}{0.075} > \frac{10.20 - 10.09}{0.075}\right] = P[Z > 1.47] = 0.07,$$

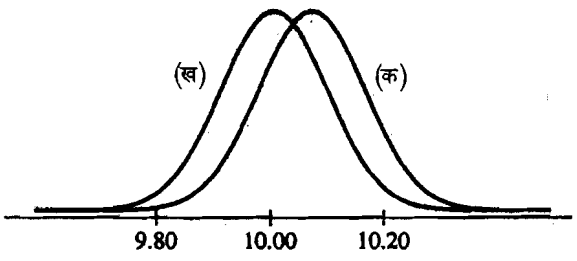
जहाँ Z *मानक प्रसामान्य बंटन है*। इसका अर्थ यह है कि इस प्रकार से बनाए गए 7% रिफिल की लंबाई अधिक होती है। $\bar{x}$- चार्ट से यह स्पष्ट है कि प्रक्रम के माध्य को 10.09 cm पर रखा गया है (देखिए चित्र 3)।

———— × ————

इसे देखने के बाद, QC प्रबंधक को संदेह होता है कि रिफिल को काटने की मशीन की विन्यास (setting) में कोई समस्या है। परन्तु, इस संबंध में कुछ पता लगाने से पहले, वह विचरण पहलू का भी विश्लेषण करने का निर्णय लेता है।

11.3.4 प्रक्रम क्षमता विश्लेषण

यदि यह मान लें कि QC प्रबंधक ने प्रक्रम में संशोधन कर दिया है, जिससे कि अपेक्षित माध्य प्राप्त होता है, तब क्या आप समझते हैं कि रिफिल लंबाई के विनिर्देश के अनुरूप होंगे? इसका उत्तर है **नहीं**।



चित्र 4

चित्र 4 में, वक्र (क) माध्य का समायोजन करने से पहले के प्रक्रम को निरूपित करता है और (ख) माध्य का समायोजन करने के बाद के प्रक्रम को निरूपित करता है। ध्यान दीजिए कि यहाँ विचरणशीलता में कोई परिवर्तन नहीं हुआ है। इस तरह हम, माध्य का समायोजन करने के बावजूद, रिफिल अस्वीकार करते जाएंगे जब तक कि प्रक्रम की विचरणशीलता स्वयं कम नहीं हो जाती। इस चरण पर, हमें निम्नलिखित दो प्रश्नों का उत्तर मालूम करना होता है: (1) वर्तमान विचरणशीलता क्या है? (2) हमें इसे कितना कम करना चाहिए? इन प्रश्नों का उत्तर ज्ञात करने के लिए, हमें निम्नलिखित परिभाषाओं की आवश्यकता होती है।

परिभाषा : एक मेय (measurable) गुणता-अभिलक्षण की *कुल सहयता* (total tolerance), जिसे T से प्रकट किया जाता है, अंतर $T = USL - LSL$ से प्राप्त होती है, जहाँ USL और LSL क्रमशः उपरि और निम्न विनिर्देश सीमाओं को प्रकट करते हैं।

उदाहरण के लिए, क्योंकि रिफिल की लंबाई से संबंधित समस्या में LSL = 9.8 cm और USL = 10.20 cm, इसलिए, इस स्थिति में, *कुल सहयता* T = 0.4 cm.

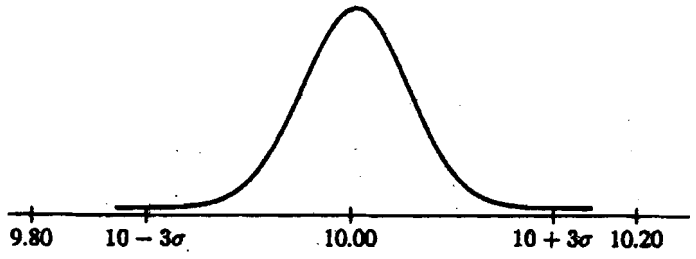
3σ -सीमाओं की संकल्पना का प्रयोग **प्रक्रम-क्षमता** को परिभाषित करने में किया जाता है।

परिभाषा : जब कोई प्रक्रम सांख्यिकीय नियंत्रण में हो तो इसकी *प्रक्रम क्षमता* (process capability) 6σ से दी जाती है, जहाँ σ *प्रक्रम का मानक विचलन* है।

इस संबंध में, ऊपर दिए गए पहले प्रश्न का उत्तर प्रक्रम क्षमता का आकल विनिर्दिष्ट करके प्राप्त किया जा सकता है। यहाँ, हमारी स्थिति में,

प्रक्रम क्षमता का आकल $= 6\,\bar{R}/d_2$.

रिफिल की लंबाई वाली समस्या में, विनिर्देश सीमाएँ 10 ± 0.2 cm हैं। अतः, रिफिल अस्वीकरण (rejection) से बचने के लिए, हमारे पास एक ऐसा प्रक्रम अवश्य होना चाहिए जिससे कि माध्य का लक्ष्य पर समायोजन कर लेने के बाद, 3σ सीमाएँ विनिर्दिष्ट सीमाओं के अंदर हों (देखिए चित्र 5)।



चित्र 5

दूसरे शब्दों में, *प्रक्रम क्षमता कुल सहयता से* कम होना चाहिए। अतः, ऊपर दिए गए दूसरे प्रश्न का उत्तर यह है कि *प्रक्रम क्षमता कुल सहयता से अधिक नहीं होनी चाहिए।*

परिभाषा : एक स्थायी प्रक्रम की *प्रक्रम क्षमता अनुपात* कुल सहयता और प्रक्रम क्षमता का अनुपात होता है और इसे C_p से प्रकट किया जाता है। अर्थात्,

$$C_p = \frac{\text{कुल सहयता}}{\text{प्रक्रम क्षमता}} = \frac{USL - LSL}{6\sigma}$$

इस तरह, जैसा कि हम ऊपर बता चुके हैं, यदि $C_p < 1$, तब माध्य को लक्ष्य पर समायोजित करने के बावजूद, प्रक्रम से अस्वीकार होने वाले उत्पाद उत्पादित होंगे। और, यदि $C_p \geq 1$, तब अस्वीकरण प्रतिशत लगभग शून्य हो जाएगा जबकि माध्य लक्ष्य पर हो।

ऊपर के सूत्र में σ के आकल को प्रतिस्थापित करके C_p का एक आकल (estimate) प्राप्त किया जा सकता है। उदाहरण के लिए, विचाराधीन रिफिल की लंबाई वाली समस्या में, C_p का एक आकल यह होता है

$$C_p = \frac{10.20 - 9.80}{6 \times 0.075} = 0.89 .$$

क्योंकि, यहाँ C_p का आकल 1 से कम है, इसलिए हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि *रिफिल की लंबाई वाले प्रक्रम में* क्षमता नहीं है। अधिक व्यापक रूप में, यदि हमें C_p का आकल 1 से किंचितमात्र भी अधिक प्राप्त होता है, तब भी हम प्रक्रम को क्षमता वाला नहीं मान सकते। ऐसा इसलिए है क्योंकि प्रतिचयन उच्चावचन (sampling fluctuation) के कारण C_p के आकल एक अध:आकल (underestimation) हो सकते हैं।

परिशुद्ध रूप में यही कारण है कि प्रक्रम को क्षमता वाला केवल तब माना जाता है जबकि C_p का आकल कम से कम हो।

अब आप नीचे दिया गया प्रश्न हल कीजिए।

E4) निम्नलिखित में प्रत्येक का एक उदाहरण दीजिए।

(क) एक प्रक्रम जिसका $C_p = 1.5$, परन्तु USL पक्ष में इसके उच्च अस्वीकरण (rejections) हो; और

(ख) एक प्रक्रम जिसका $C_p = 1.5$, परन्तु LSL पक्ष में इसके उच्च अस्वीकरण (rejections) हो।

(*संकेत* : प्रक्रम प्राचल μ और σ विनिर्दिष्ट कीजिए।)

ऊपर के विश्लेषण को ध्यान में रखकर, QC प्रबंधक ने प्रक्रम के संबंध में खोजबीन की और पाया कि रिफिल की लंबाई को समायोजित करने के लिए प्रयुक्त की गई मशीन की इकाई का अंशाकन ठीक ढंग से नहीं किया गया है। खोजबीन के दौरान उसने यह भी पाया कि मशीन के कुछ पुर्जे खराब हो गए हैं जिसके कारण लंबाई को काटने वाली मशीन में कंपन होते हैं।

फलस्वरूप, उसने इकाई को पुन: अंशांकित (recalibrated) किया, खराब हुए पुर्जों को बदल दिया और प्रक्रम से पांच और प्रतिदर्श ले लिये। ये नए आंकड़ें सारणी 3 में दिए गए हैं।

सारणी 3 : संशोधी कार्य कर लेने के बाद रिफिल की लंबाई से संबंधित आंकड़े

क्र.सं.	तिथि	समय	उपसमूह					औसत	परिसर
			1	2	3	4	5		
21	6.1.98	08:00	9.88	10.02	9.94	9.86	10.04	9.925	0.18
22		08:30	9.99	10.08	10.03	10.01	10.04	10.028	0.09
23		09:00	10.00	10.06	9.98	10.03	10.01	10.018	0.08
24		09:30	9.94	9.92	9.95	10.00	10.02	9.953	0.10
25		10:00	10.03	10.05	10.08	10.08	10.09	10.060	0.06

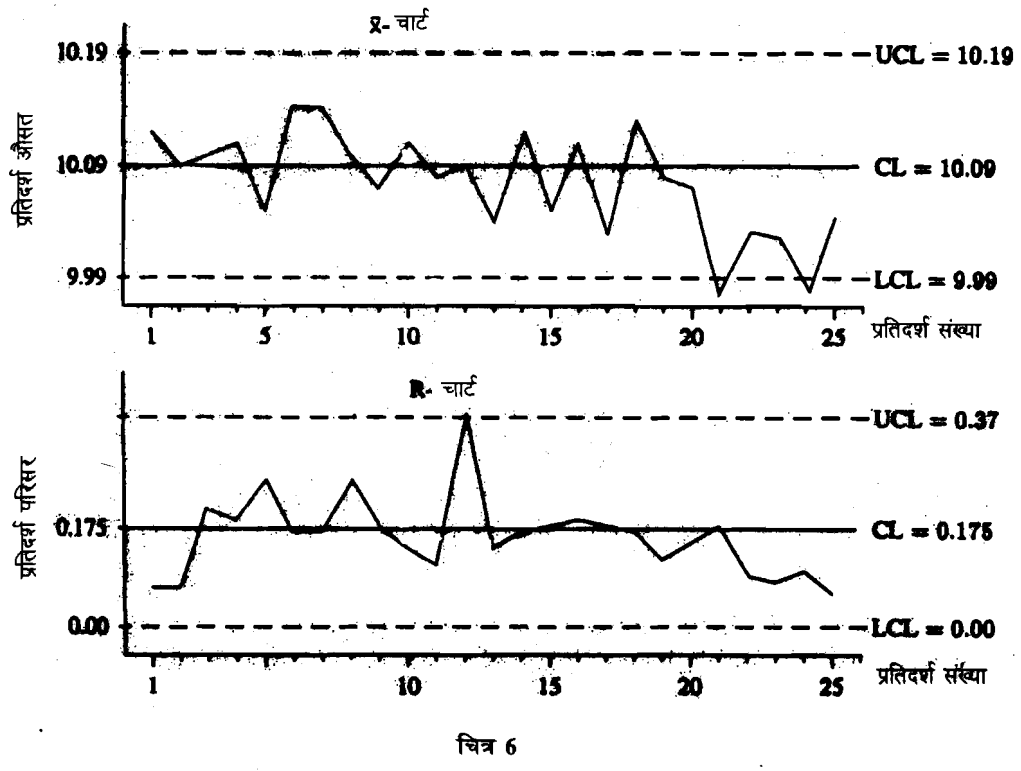
इन नई बिन्दुओं को चार्टों पर आलेखित किया गया है, जैसा कि चित्र 1 में दिखाया गया है, और इस तरह बनाए गए नए चार्ट वैसे ही हैं जैसे कि चित्र 6 में दिखाई पड़ते हैं।

ध्यान दीजिए कि $\bar{x}$-चार्ट और R-चार्ट दोनों पर ही प्रथम 20 बिन्दुओं और अंतिम 5 बिन्दुओं के व्यवहार में स्पष्ट भेद है। इस भेद का कारण प्रथम 20 बिन्दुओं के बाद प्रक्रम में आए परिवर्तन का होना है। और, यह परिवर्तन प्रबंधक द्वारा किए गए संशोधी कार्यों के कारण से हुआ है।

क्योंकि प्रक्रम में कुछ परिवर्तन किए गए हैं, इसलिए नए आंकड़ों के साथ हमें नियंत्रण चार्ट पुन: बनाने चाहिए। इस कार्य को पूरा करने के लिए प्रबंधक ने 15 और प्रतिदर्श एकत्रित किए हैं। सारणी 4 में, इनके *प्रतिदर्श औसतों और परिसरों* को संक्षेप में प्रस्तुत किया गया है।

सारणी 4: रिफिल की लंबाई से संबंधित आंकड़ों पर लिए गए 15 और प्रतिदर्शों का संक्षिप्त विवरण

क्र.सं.	औसत	परिसर	क्र.सं.	औसत	परिसर	क्र.सं.	औसत	परिसर
26	10.035	0.14	31	10.053	0.08	36	10.048	0.18
27	9.995	0.14	32	9.973	0.08	37	10.030	0.14
28	10.020	0.08	33	9.983	0.20	38	10.048	0.22
29	9.970	0.13	34	10.020	0.16	39	10.073	0.15
30	9.970	0.10	35	9.990	0.11	40	9.985	0.23
कुल जोड़	49.99	0.59	कुल जोड़	50.019	0.63	कुल जोड़	50.184	0.92



चित्र 6

यदि आप, ऊपर दिए गए आंकड़ों को लेकर, नीचे दिया गया प्रश्न हल कर लें तो आप प्रबंधक को सलाह दे सकते हैं और उसकी सहायता भी कर सकते हैं।

E3) सारणी 3 और सारणी 4 में दी गई सूचनाओं को संयोजित करके निम्नलिखित ज्ञात कीजिए।

(क) नया प्रक्रम माध्य और मानक विचलन आकलित कीजिए;

(ख) नियंत्रण चार्ट बनाइए;

(ग) बताइए कि प्रक्रम सांख्यिकीय नियंत्रण में है या नहीं;

(घ) प्रक्रम क्षमता और प्रक्रम क्षमता अनुपात आकलित कीजिए; और

(ङ) आप प्रबंधक को क्या सलाह देंगे।

अब हम *अमेय* (non-measurable) गुणता अभिलक्षण के लिए प्रयोग में आने वाले कुछ नियंत्रण चार्टों पर चर्चा करेंगे।

11.3.5 गुणों (attributes) के नियंत्रण चार्ट

जब उत्पादों का निरीक्षण किया जाता है तो उन्हें उत्तम और दोषपूर्ण (defective) उत्पादों में वर्गीकृत कर दिया जाता है। एक दोषपूर्ण उत्पाद वह है जिसमें एक या अधिक दोष होते हैं। किसी प्रक्रम के

निष्पादन का निर्धारण प्रक्रम द्वारा उत्पादित *दोषपूर्ण मदों के अनुपात* से या फिर उत्पाद की प्रति इकाई दोषों की संख्या की गिनती करके किया जाता है।

दोष उत्पाद के किसी भी गुणता अभिलक्षण की अनुरूपता (non-conformity) है।

इन स्थितियों में प्रयुक्त नियंत्रण चार्टों को गुण नियंत्रण चार्ट (attribute control charts) कहा जाता है। यहाँ, हम निम्नलिखित चार प्रकार के ऐसे चार्टों पर चर्चा करेंगे।

(क) *दोषपूर्ण उत्पादों के नियंत्रण के लिए* **p** *और* **np** *चार्ट;*

(ख) *प्रति इकाई दोषों की संख्या के नियंत्रण के* **c** *चार्ट।*

बी पी एण्ड कं. के संबंध में प्रति दिन प्रक्रम से यदृच्छया 100 रिफिल लिए जाते हैं और सभी गुणता-अभिलक्षणों के लिए उनकी जांच की जाती है। जांच से प्राप्त परिणामों के आधार पर प्रत्येक रिफिल को *उत्तम* या दोषपूर्ण रिफिल में वर्गीकृत कर दिया जाता है।

अत:, प्रतिदिन 100 रिफिलों के प्रतिदर्श को एक उपसमूह (subgroup) मान लिया जाता है। 14 दिनों के प्रतिदर्श-संग्रह के परिणाम सारणी 5 में दिए गए हैं। यहाँ, X प्रतिदिन जांचे गए 100 रिफिलों में से दोषपूर्ण रिफिलों की संख्या को प्रकट करता है।

p - चार्ट

सारणी 5: रिफिल की जांच संबंधी आंकड़े

क्र.सं.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	कुल जोड़
तिथि	15	16	17	18	19	20	22	23	24	26	27	29	30	31	
X	9	5	6	7	6	5	6	8	7	4	6	7	6	2	84

जब प्रक्रम स्थायी होता है, तब यह *माना जा सकता है* कि i) *किसी भी रिफिल के दोषपूर्ण होने की प्रायिकता सभी रिफिल के लिए समान होती है,* और ii) *किसी भी रिफिल के उत्तम या दोषपूर्ण होने की घटना अन्य रिफिलों की गुणता को प्रभावित नहीं करती।*

मान लीजिए,

$$X_i = \begin{cases} 1, \text{ यदि जांची गई i वीं रिफिल दोषपूर्ण पायी गई हो} \\ 0, \text{ अन्यथा।} \end{cases} \qquad (i = 1, 2, \ldots\ldots, n),$$

जहाँ n प्रतिदर्श आमाप है। उदाहरण के लिए, यहाँ पर हमारी स्थिति में, $n = 100$. तब, प्रतिदर्श में दोषपूर्ण रिफिलों की कुल संख्या $X = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$ होती है।

ऊपर ली गई कल्पनाओं (i) और (ii) के अधीन, X का एक द्विपद बंटन होता है जिसके प्राचल n और p हैं, जहाँ p *किसी भी रिफिल के दोषपूर्ण होने की* सर्वनिष्ठ प्रायिकता है। और, हम यह जानते हैं कि प्राचल n और p वाले एक द्विपद बंटन के माध्य और मानक विचलन (SD) ये होते हैं

$$\text{माध्य } (X) = np \text{ और } SD(X) = \sqrt{np(1-p)}. \qquad (4)$$

एक प्रक्रम से *उत्पादित दोषपूर्ण मदों के अनुपात* का नियंत्रण करने के लिए, हम एक p-चार्ट का प्रयोग करते हैं। एक p-चार्ट में हम y-*मानों को संगत प्रतिदर्श संख्याओं के विरुद्ध* आलेखित करते हैं। $\bar{x}$ – R चार्ट के विपरीत, गुणों के नियंत्रण चार्टों में केवल एक ही चार्ट को आलेखित करना होता है। नियंत्रण सीमाओं को ज्ञात करने के लिए, हमें y के माध्य और मानक विचलन की आवश्यकता होती है। ये निम्नलिखित द्वारा दिए जाते हैं।

यदि n मदों के प्रतिदर्श में y दोषपूर्ण मदों के अनुपात को प्रकट करता हो तो $y = \frac{X}{n}$.

$$\text{माध्य } (y) = \frac{\text{माध्य } (X)}{n} = p \text{ और } SD(y) = \frac{SD(X)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \qquad (5)$$

आपको याद होगा कि p, प्रक्रम से *उत्पादित दोषपूर्ण मदों* (defective items) *के अनुपात को प्रकट* करता है। गुणता नियंत्रण की शब्दावली में, p **को प्रक्रम औसत** (process average) कहा जाता है। p का एक आकल यह होता है

$$\bar{p} = \frac{\text{सभी प्रतिदर्शों में दोषपूर्ण मदों की कुल संख्या}}{\text{जांच किए गए मदों की कुल संख्या}}$$

इस तरह, यदि प्रतिदर्शों की संख्या m हो, तो

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m} d_i}{\sum_{i=1}^{m} n_i}, \tag{6}$$

जहाँ d_i, i*वें प्रतिदर्श में दोषपूर्ण मदों की संख्या है* और n_i, i*वें प्रतिदर्श का आमाप* (size) है।

पहले की भांति, एक गुण नियंत्रण चार्ट (attribute control chart) में नियंत्रण सीमाएँ 3σ *सीमाओं की संकल्पना* पर आधारित होती हैं। जब सभी उपसमूह समान आमाप (=n, मान लीजिए) वाले हों तो एक p-चार्ट की नियंत्रण सीमाएँ ये होती हैं

$$CL = p,\ LCL = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad \text{और} \quad UCL = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \tag{7}$$

क्योंकि हमें p का मान ज्ञात नहीं है, इसलिए p के स्थान पर समीकरण (6) में दिए गए आकल $\bar{p}$ से प्रतिस्थापित करके नियंत्रण-सीमाएँ प्राप्त की जाएगी। इस तरह, p-चार्ट की नियंत्रण सीमाएँ ये होती हैं।

$$CL = \bar{p}\ \ LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}\ (1-\bar{p}\ )}{n}} \quad \text{और} \quad UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}, \tag{8}$$

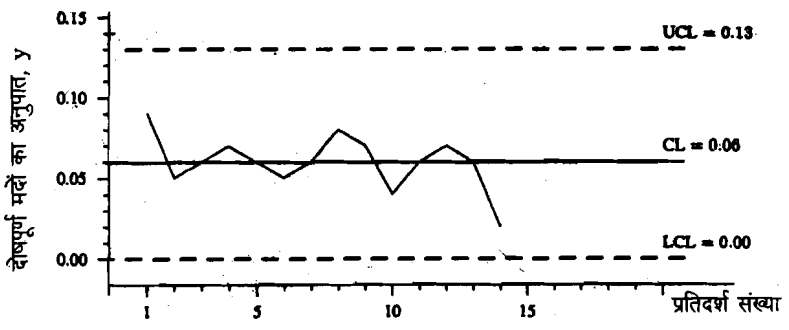
सारणी 5 में दिए गए आंकड़ों को लेने पर, रिफिल की लंबाई वाली समस्या में नियंत्रण सीमाएँ

$$CL = \bar{\bar{p}} = \frac{9+5+\ldots+2}{14\times 100} = \frac{84}{14\times 100} = 0.06, \tag{9}$$

$$LCL = 0.06 - 3\sqrt{\frac{0.06(1-0.06)}{100}} = -0.011, \text{ और}$$

$$UCL = 0.06 + 3\sqrt{\frac{0.06(1-0.06)}{100}} = 0.131$$

होती हैं। जब निम्न नियंत्रण सीमा ऋणात्मक होती है, तब नियंत्रण रेखा शून्य पर समायोजित की जाती है। अत:, रिफिल की लंबाई वाली समस्या के p-चार्ट में LCL = 0. (चित्र 7 देखिए)।



चित्र 7

p-चार्ट का निर्वचन (interpret) करते समय हमें कुछ सावधानी बरतनी होती है। UCL से ऊपर स्थित बिन्दुओं को **उच्च स्पॉट** (high spot) और LCL से नीचे स्थित बिन्दुओं को **निम्न स्पॉट** (low spot) कहा जाता है। *उच्च स्पॉट* या तो प्रक्रम में खराबी आ जाने के कारण या निरीक्षण मानक में परिवर्तन हो जाने के कारण हो सकते हैं (बहुत कठोर जांच करने पर दोषपूर्ण मदों की संख्या काफी अधिक हो सकती है।) इसी प्रकार, *निम्न स्पॉट* से यह पता चलता है कि प्रक्रम में सुधार हो रहा है या निरीक्षण मानक में कमी आ रही है।

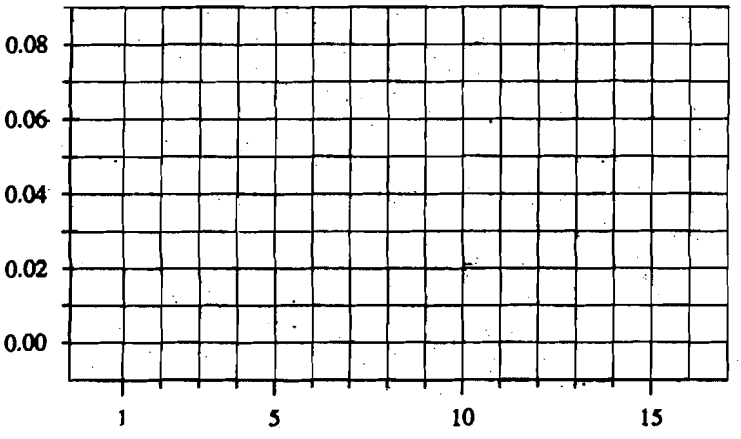
नीचे दिया गया प्रश्न हल कीजिए।

E6) मान लीजिए रिफिल की जांच के संबंध में एकत्रित किए गए आंकड़े नीचे की सारणी में दिए गए हैं ।

सारणी 6 : रिफिल की जांच से संबंधित आंकड़े

क्र.सं.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	कुल जोड़
तिथि	6	7	8	9	10	12	13	14	15	16	
X	1	3	2	2	1	0	5	1	1	3	19

आपको याद होगा कि यहाँ X प्रतिदिन जांची गई 100 रिफिलों में से दोषपूर्ण रिफिलों की संख्या को प्रकट करता है।



चित्र 8

(क) (एक पेंसिल से) चित्र 7 में दिए गए प्रथम पांच प्रतिदर्शों को आलेखित कीजिए।

(ख) क्या प्रक्रम में आप कोई परिवर्तन देखते हैं? यदि हाँ, तो अंतर बताइए।

(ग) क्या आलेखित किए गए चार्ट से आप यह बता सकते हैं कि प्रक्रम नियंत्रण से बाहर है?

(घ) केवल सारणी 6 में दिए गए आंकड़ों से एक नया p- चार्ट बनाइए और प्रक्रम के बारे में कुछ बताइए (ऊपर चित्र 8 में दिए गए खाली चार्ट का प्रयोग कीजिए।)

(ड) क्या प्रक्रम में कोई सुधार हुआ है? दो अवधियों में हुए अस्वीकरण का प्रतिशत आकलित कीजिए।

अब, मान लीजिए कि हम प्रतिदिन समान संख्या में रिफिलों की जांच नहीं कर रहे हैं। तब, इस स्थिति में, उपसमूह के प्रतिदर्श आमाप में परिवर्तन होता रहता हैं। ऐसी स्थितियों में, उपसमूह के प्रतिदर्श- आमाप के अनुसार नियंत्रण सीमाओं में परिवर्तन होता रहेगा। आइए हम यह मान लें कि m उपसमूह दिए हुए हैं और i वां उपसमूह n_i प्रतिदर्श मदों वाला होता है। तब, उपसमूहों की नियंत्रण सीमाएँ ये होती हैं

परिवर्तित हो रहे प्रतिदर्श आमाप

$$LCL_i = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}\,(1-\bar{p})}{n_i}} \text{ और } UCL_i = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}\,(1-\bar{p})}{n_i}} \qquad (10)$$

$\bar{p}$ पर CL खींचा गया है और $\bar{p}$ के सूत्र में कोई परिवर्तन नहीं हुआ है (समीकरण (6) में असमान प्रतिदर्श-आमापों पर भी ध्यान दिया गया है।)

अब आप नीचे दिए गए प्रश्न को हल कीजिए।

E7) निम्नलिखित आंकड़ों के p-चार्ट की नियंत्रण सीमाएँ बनाइए।

सारणी 7 : असमान प्रतिदर्श आमाप वाले p- चार्ट के आंकड़े

क्र.सं.	1	2	3	4	5
प्रतिदर्श-आमाप	100	121	81	100	121
दोषपूर्ण पेनों की संख्या	2	2	0	1	2

इन आंकड़ों से p- चार्ट का एक स्थूल स्केच बनाइए।

---

np-चार्ट

कभी-कभी *दोषपूर्ण मदों के अनुपात* को न देखकर *दोषपूर्ण मदों की संख्या* को देखना अधिक आवश्यक (या सुविधाजनक) होता है। ऐसी स्थितियों में, हम **p**-चार्ट के स्थान पर **np**-चार्ट का प्रयोग करते हैं। p-*चार्ट* और np-*चार्ट* में अंतर केवल यही है कि np-*चार्ट में y-अक्ष एक उपसमूह के दोषपूर्ण मदों की संख्या को निरूपित करता है।*

आप स्वयं यह सत्यापित कीजिए कि एक np-चार्ट पर नियंत्रण सीमाएँ ये होनी चाहिए :

$$CL = n\bar{p},\ LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \text{ और } UCL = n\bar{p} + 3\sqrt{n\,\bar{p}(1-\bar{p})},$$

जहाँ p-वही है जैसे कि ऊपर p-चार्ट के लिए परिभाषित है। अब आप नीचे दिया गया प्रश्न हल कीजिए

E8) यदि उपसमूह के प्रतिदर्श-आमाप समान न हों तो क्या एक np-चार्ट में नियंत्रण सीमाएँ परिवर्तित होंगी? विशेष रूप से, केन्द्र-रेखा CL के बारे में आप क्या बता सकते हैं ?

---

c-चार्ट

अंत में, आइए हम उन *नियंत्रण चार्ट पर चर्चा करें जिनका प्रयोग प्रति इकाई दोषों की संख्या ज्ञात करने में किया जाता है।* ये चार्ट उन स्थितियों में अधिक उपयोगी होते हैं जबकि एक प्रक्रम के निष्पादन का निर्धारण प्रति इकाई दोषों की संख्या से किया जाता है।

PCBs का प्रयोग TV, कंप्यूटर आदि जैसे अनेक इलेक्ट्रॉनिक उत्पादों में किया जाता है।

ध्यान दीजिए कि एक इकाई एक उत्पाद हो सकता है या उत्पादों की एक नियत संख्या हो सकती है। उदाहरण के लिए, एक छपे हुए सर्किट बोर्ड (PCB) को, जिसमें सैकड़ों सर्किट बने होते हैं, एक इकाई माना जा सकता है। इसके विपरीत, एक कार्टन में पैक किए गए बाल पेनों के गुच्छ (bunch) को भी एक इकाई माना जा सकता है।

c-*चार्ट* पर आलेखित गुणता-अभिलक्षण प्रति इकाई दोषों की कुल संख्या होती है जिसे c से प्रकट किया जाता है। प्राय: प्वासा बंटन, c का एक उत्तम सन्निकट होता है। अत:, यह मानकर c-चार्ट बनाया जाता हैं कि c प्वासां बंटन का अनुसरण करता है। हम जानते हैं कि यदि m किसी प्वांसा बंटन का माध्य हो तो इसका मानक विचलन $\sqrt{m}$ होता है। अत:, एक c-चार्ट की नियंत्रण सीमाएँ ये होती हैं

$$CL = m,\ LCL = m - 3\sqrt{m}\ ,\ \text{और } UCL = m + 3\sqrt{m}$$

p-*चार्ट* की भांति, ऊपर के सूत्रों में m के स्थान पर इसका आकल $\bar{m}$ लेकर नियंत्रण सीमाएँ प्राप्त की जाती हैं। यदि जांच की गई इकाइयों की कुल संख्या k हो तो प्रति इकाई दोषों की औसत संख्या, जिसे $\bar{m}$ से प्रकट किया जाता है, यह होती हैं

$$\bar{m} = \frac{\text{k इकाइयों में दोषों की कुल संख्या}}{k}$$

नीचे की समस्या से यह स्पष्ट हो जाएगा कि c-चार्ट क्या होता है और इन्हें किस प्रकार लागू किया जाता है।

प्रश्न 3: मेसर्स बी पी एण्ड कंपनी के असेम्बली अनुभाग में ऑपरेटरों के पांच समूह हैं। प्रत्येक समूह में 3 ऑपरेटर हैं। इस समूहों का काम होता है कि विभिन्न पुर्जों को बॉल पेनों के रूप में असेम्बल करके इन्हें बक्सों में पैक करना। इन समूहों को असेम्बल करते समय दोषपूर्ण पुर्जों को पहचानना और उन्हें अलग कर देना भी होता है। प्रत्येक बक्से में 200 पेन होते हैं। प्रत्येक समूह से एक बक्सा प्रतिदर्श यदृच्छया लिया जाता है और उस बक्से के सभी पेनों की जांच की जाती है। प्रति बक्सा दोषों की कुल संख्या (c) को प्रत्येक समूह के लिए लिख लिया जाता है। अलग-अलग प्रत्येक समूह के लिए c-चार्ट बनाकर प्रत्येक समूह के निष्पादन का मानिटरन किया जाता है। किसी एक समूह के लिए, (i) *प्रति इकाई दोषों की औसत संख्या* (ii) *c-चार्ट की नियंत्रण सीमाएँ, ज्ञात कीजिए* और (iii) *नियंत्रण चार्ट आलेखित कीजिए।*

हल : सारणी 8 में दिए गए आंकड़ों की सहायता से, हम बी पी एण्ड कम्पनी के समूह (A) का c-चार्ट आलेखित करते हैं।

सारणी 8 : समूह A की असेम्बली के दोषों से संबंधित आंकड़े

क्र.सं.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	कुल जोड़
तिथि	6	7	8	9	10	12	13	14	15	16	17	18	19	20	22	
c	3	3	3	5	4	4	6	1	10	4	11	7	3	5	3	72

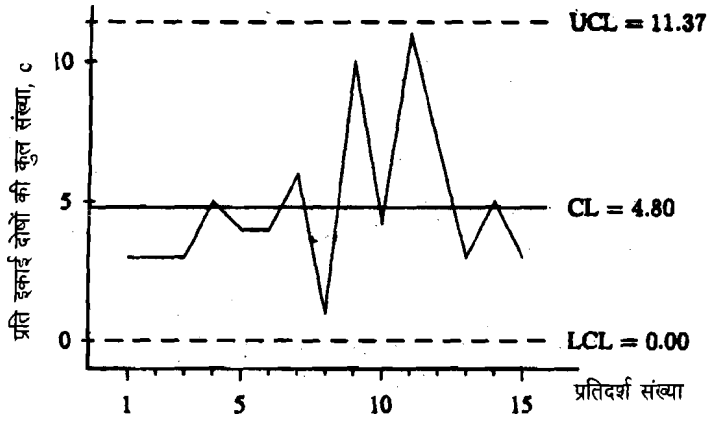
यहाँ, *प्रति बक्सा दोषों की औसत संख्या*

$$\bar{m} = \frac{3+3+.....+5+3}{15} = \frac{72}{15} = 4.8$$

होती है। और, *c-चार्ट की नियंत्रण सीमाएँ* ये होती हैं

$CL = 4.8$, $LCL = 4.8 - 3\sqrt{4.8} = -1.77$ और $UCL = 4.8 + 3\sqrt{4.8} = 11.37$.

क्योंकि हम चार्ट पर *प्रति बक्सा दोषों की संख्या* (c) को आलेखित कर रहे हैं, इसलिए $LCL = 0$ और $UCL = 11.37$ लेकर नियंत्रण सीमाएँ खींची गई हैं। चित्र 9 में संगत नियंत्रण चार्ट दिखाया गया है।



चित्र 9

———— × ————

समूह A और समूह E के तुलनात्मक अध्ययन के लिए नीचे दिया गया प्रश्न हल कीजिए।

E9) नीचे की सारणी में समान अवधि में समूह E के दोष दिए गए हैं।

सारणी 9 : समूह E के असेम्बली दोषों के आंकड़े

क्र.सं.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	कुल जोड़
तिथि	6	7	8	9	10	12	13	14	15	16	17	18	19	20	22	
c	9	10	12	13	12	8	10	12	14	2	8	10	11	10	9	150

(क) प्रति बक्सा दोषों की औसत संख्या आकलित कीजिए।

(ख) क्या समूह E का असेम्बली प्रक्रम सांख्यिकीय नियंत्रण में है?

(ग) आपके विचार से समूह A और समूह E में कौन-सा समूह उत्तम है?

(घ) बताइए कि किस प्रकार इन समूहों के सामने c-चार्टों को प्रदर्शित करने से प्रक्रम में सुधार लाने में सहायता मिलती है।

इस भाग में, हमने उत्पाद की गुणता में सुधार लाने में, जबकि इसका उत्पादन किया जा रहा हो, नियंत्रण चार्ट के प्रयोग के बारे में चर्चा की है। अब हम *स्वीकरण-प्रतिचयन* (acceptance sampling), जो एक ऐसी तकनीक है जिसका प्रयोग यह सुनिश्चित करने के लिए किया जाता है कि उत्पादित उत्पाद निर्दिष्ट गुणता मानक के अनुरूप है, की संकल्पना के बारे में चर्चा करेंगे। यहाँ यह स्मरण रखना आवश्यक है कि जहाँ प्रक्रम नियंत्रणों का प्रयोग नियंत्रण करने और व्यवस्थित ढंग से गुणता में सुधार लाने के लिए किया जाता है वहीं स्वीकार प्रतिचयन का प्रयोग इस काम के लिए नहीं कर सकते हैं।

11.4 स्वीकरण प्रतिचयन (Acceptance sampling)

आप जानते हैं कि, अधिकांश स्थितियों में, हम वस्तुएँ सीधे उनके निर्माताओं से नहीं खरीदते। किसी निर्माता द्वारा बनायी गई वस्तुओं को पहले डीलर को सप्लाई किया जाता है, डीलर उन्हें फुटकर दुकानों (retail shops) को सप्लाई करता है और इन फुटकर दुकानों से हम इन वस्तुओं को खरीदते हैं।

आइए हम मेसर्स बी पी एण्ड कंपनी के एक डीलर श्री अनिल के बारे में विचार करें। श्री अनिल कंपनी से काफी संख्या में बॉल पेन खरीदते हैं। उन्हें बॉल पेन प्रचय (lot) में मिलते हैं और प्रत्येक प्रचय में 1000 पेन होते हैं। उस स्थिति में, श्री अनिल काफी प्रसन्न रहेंगे जबकि उन्हें मिलने वाले प्रचयों में कोई भी पेन दोषपूर्ण न हो। परन्तु, हम जानते है कि व्यवहार में ऐसा कम ही होता है।

निरीक्षण पूर्व निर्धारित मानक अभिलक्षणों के साथ वास्तविक मेय अभिलक्षणों की तुलना करने का प्रक्रम है और 100% निरीक्षण का अर्थ हैं प्रचय के सभी मदों का निरीक्षण करना।

क्या हम उस प्रक्रिया के बारे में सोच सकते हैं जिससे यह सुनिश्चित हो सके किसी भी प्रचय में कोई दोषपूर्ण पेन नहीं है। यदि है तो उस पर कितनी लागत आएगी? क्या इस प्रकार की किसी भी प्रक्रिया को अपनाना उचित होगा? आप सोच रहे होंगे कि पैकिंग करने से पहले 100% निरीक्षण करना एक ऐसी प्रक्रिया है जिससे यह सुनिश्चित हो जाता है कि प्रचय दोषमुक्त हैं। वस्तुत:, 100% निरीक्षण सदैव 100% दक्ष नहीं होता।

कुछ स्थितियों में, थकावट होने या मापन उपकरण में त्रुटियाँ होने के कारण, निरीक्षण में कुछ कमी रह जाती है। और, कुछ अन्य स्थितियों में, 100% निरीक्षण करना संभव नहीं होता। उदाहरण के लिए, यदि उत्पाद बुलेट (bullets) हो और निरीक्षण के लिए बुलेट दागना आवश्यक हो, तो इस स्थिति में 100% निरीक्षण का अर्थ होगा कि हम पूरी तरह से बुलेट से वंचित रह जाएंगे। तब, इसका विकल्प क्या होगा?

इस प्रकार की अधिकांश स्थितियों में, हम प्रतिचयन तकनीक का प्रयोग करते हैं। वास्तविकता तो यह है कि हमारे दैनिक जीवन में प्रतिचयन का प्रयोग काफी होता है। उदाहरण के लिए, हम प्रतिचयन का प्रयोग तब भी कर रहे होते हैं जबकि हम सब्जी या पंसारी की दुकान से सामान खरीदते हैं, परिवार के डाक्टर का चयन करते हैं, आदि-आदि।

उस **प्रतिचयन प्रक्रिया** (sampling procedure) को, जिसका प्रयोग मदों के प्रचय को स्वीकार करने या अस्वीकार करने के लिए किया जाता है, *स्वीकरण प्रतिचयन आयोजना* (acceptance sampling plan, ASP) कहा जाता है। वास्तव में, यह सुनिश्चित करने के लिए कि एक प्रक्रम से बना उत्पाद आवश्यकताओं के अनुरूप है या नहीं, हम *स्वीकरण प्रतिचरण आयोजना* का प्रयोग एक लेखा साधन के रूप में करते हैं।

11.4.1 प्रतिचयन आयोजना की संकल्पना

इस पर चर्चा करने से पहले यह आवश्यक है कि हम निम्नलिखित परिभाषा में परिभाषित शब्दों को अच्छी तरह से समझ लें।

परिभाषा: एक **प्रचय (lot)** प्रतिचयन के उद्देश्य से उठाए गए उत्पाद की इकाइयों का एक संग्रह होता है। प्रचय से लिए गए यादृच्छिक प्रतिदर्श के निरीक्षण के परिणामों के आधार पर प्रचय की सभी इकाइयों को स्वीकार या अस्वीकार करने का निर्णय लिया जाता है। पूरे प्रचय को स्वीकार करने या अस्वीकार करने की क्रिया को **प्रचय को दण्डादेशित करना (sentencing the lot)** कहा जाता है।

यह मान लिया गया है कि यहाँ कोई *निरीक्षण त्रुटि* नहीं है अर्थात् निरीक्षण करने पर मद दोषी तभी पाया जाएगा, यदि और केवल यदि वह मंद वास्तव में दोषपूर्ण हो।

एक प्रचय में इकाइयों की संख्या को **प्रचय आमाप (lot size)** कहा जाता है। एक प्रचय के दण्डादेश (sentence) के लिए निरीक्षित की गई इकाइयों की संख्या को **प्रतिदर्श-आमाप (sample size)** कहा जाता है। प्रचय में *दोषपूर्ण मदों के अनुपात* को **प्रचय-गुणता (lot quality)** कहा जाता है। हम अपनी पूरी चर्चा में (i) *प्रचय आमाप* के लिए **N**, (ii) इसके *प्रतिदर्श आमाप* के लिए **n**, और (iii) *प्रचय-गुणता* के लिए **p** का प्रयोग करेंगे।

प्रचय दण्डादेशित तीन प्रकार से किया जाता है: (1) कोई भी निरीक्षण नहीं; (2) 100% निरीक्षण; और (3) स्वीकरण प्रतिचयन। यहाँ हमें स्वीकरण प्रतिचयन पर चर्चा करनी है और, इसे उत्तम विधि से समझने के लिए, आइए हम सबसे पहले श्री अनिल की स्वीकरण प्रतिचयन आयोजना, जिसे हम ASP1 से प्रकट करते हैं, वाला एक सरल उदाहरण लें।

ASP 1. *1000 पेनों के प्रत्येक प्रचय से 100 पेन यदृच्छया लीजिए और उनका निरीक्षण कीजिए। यदि निरीक्षित प्रतिदर्श में अधिक से अधिक एक दोषपूर्ण पेन हो, तो प्रचय को स्वीकार कर लीजिए अन्यथा अस्वीकार कर दीजिए।*

इस तरह, ASP1 के लिए, $N = 100$, और $n = 100$. इसलिए, यदि एक प्रचय में 20 दोषपूर्ण पेन हो तो प्रचय गुणता $p = 0.02$. और, आप यहाँ यह भी देख सकते हैं कि, इस स्थिति में, स्वीकरण संख्या $c = 1$.

एक प्रतिदर्श में दोषपूर्ण इकाइयों की अधिकतमा अनुमेय संख्या को स्वीकरण संख्या कहा जाता है जिसे हम **c** से प्रकट करते हैं।

अब आप नीचे दिए गए प्रश्न में इन राशियों को पहचानिए।

E10) निम्नलिखित के लिए N, n और p बताइए।

(क) 400 बोल्टों का एक प्रचय जिसमें 36 दोषपूर्ण बोल्ट है;

(ख) क्रिकेट की 50 गेंदों वाला बक्सा जिसमें दो गेंदे दोषपूर्ण है;

(ग) वह स्थिति जबकि 400 बोल्टों के प्रचय से 40 बोल्टों का एक प्रचय लिया गया हो और प्रचय को अस्वीकार कर दिया जाता है जबकि प्रतिदर्श में दो या अधिक दोषपूर्ण मद हों।

दण्डादेशित के संबंध में, मान लीजिए श्री अनिल द्वारा प्रचय की ASP1 बनाई गई है। आपके विचार से प्रचय के स्वीकरण की प्रायिकता क्या होगी? वास्तव में, उस स्थिति में, प्रायिकता 1 होगी, जबकि प्रचय के सभी पेन उत्तम हों, और प्रायिकता 0 होगी, यदि प्रचय के सभी पेन दोषपूर्ण हों। इस तरह, एक प्रचय के स्वीकरण की प्रायिकता, जिसे P_a से प्रकट किया जाता है, प्रचय के दोषपूर्ण मदों की संख्या पर निर्भर करती है।

मान लीजिए, ASP1 वाली स्थिति में, एक प्रचय में 20 दोषपूर्ण मद होते हैं। इस प्रकार के प्रचय के लिए P_a क्या होता है। क्योंकि, ASP1 वाली स्थिति में, 100 पेनों के प्रतिदर्श में *अधिक से अधिक एक दोषपूर्ण पेन के होने की अनुमति* होती है, यह प्रायिकता निम्नलिखित होती है

$$P_a = P[X = 0] + P[X = 1],$$

जहाँ X, प्रतिदर्श में दोषपूर्ण पेनों की संख्या है।

प्राचल N, G और N वाला **हाइपरज्यामेट्रिक बंटन** N वस्तुओं की समष्टि से, जिसमें G उत्तम है, आमाप वाले एक सरल यादृच्छिक प्रतिदर्श में उत्तम वस्तुओं की संख्या का बंटन होता है।

हम जानते हैं कि सामान्यत: X का हाइपरज्यामेट्रिक (hypergeometric) बंटन होता है। अत:, इस तथ्य की सहायता से हम उपरोक्त प्रायिकताएँ अभिकलित कर सकते हैं। फिर भी, हम यह जानते हैं कि जब प्रतिदर्श आमाप n की तुलना में प्रचय आमाप N वृहत् होता है तो यह मानकर कि X, प्राचल n और p वाले द्विपद-बंटन का अनुसरण करता है, इन प्रायिकताओं का सन्निकटन किया जा सकता है।

वस्तुत:, जब $N \geq 10n$, तो इससे कोई अंतर नहीं पड़ता कि प्रायिकताओं का अभिकलन *हाइपरज्यामेट्रिक बंटन से या द्विपद सन्निकटन* की सहायता से किया गया है। द्विपद-बंटन की सहायता लेने से यह लाभ होता है कि सूत्र सरल होते हैं और संख्याएँ लघु होती हैं।

व्यापक रूप में, आमाप n वाले प्रतिदर्श में ठीक-ठीक k दोषों का प्रेक्षण करने की (द्विपद) प्रायिकता यह होती है

$$P[X = k] = {}^{n}C_{k}\, p^{k}(1-p)^{n-k},$$

जहाँ ${}^{n}C_{k}$, n मदों में से k मदों का चयन करने की विधियों की संख्या है, और स्वीकरण प्रायिकता (P_a) यह होती है

$$P_a = P[X \leq k] = \sum_{d=0}^{k} {}^{n}C_{d}\, p^{d}(1-p)^{n-d}.$$

इस तरह, $n = 100$ और $p = 0.02$ पर हमें यह प्राप्त होता है

$$P_a = P[X \leq 1] = 0.1326 + 0.2706 = 0.4032.$$

इसका अर्थ यह है कि यदि $p = 0.02$ वाले अनेक प्रचयों पर ASP1 लागू की जाए, तब लगभग 40.32% प्रचय स्वीकार किए जाएंगे और शेष 59.68% अस्वीकृत हो जाएंगे जबकि इनकी गुणता स्वीकार की जा चुकी प्रचय के समान ही होती है। क्योंकि P_a, p पर निर्भर करता है, इसलिए आगे इसे हम स्पष्ट रूप में, अर्थात् $P_a(p)$ के रूप में लिखेंगे।

तब ऊपर किए गए परिकलन से, ASP1 के लिए, $P_a(0.02) = 0.4032$.

अब आप नीचे दिया गया प्रश्न हल कीजिए।

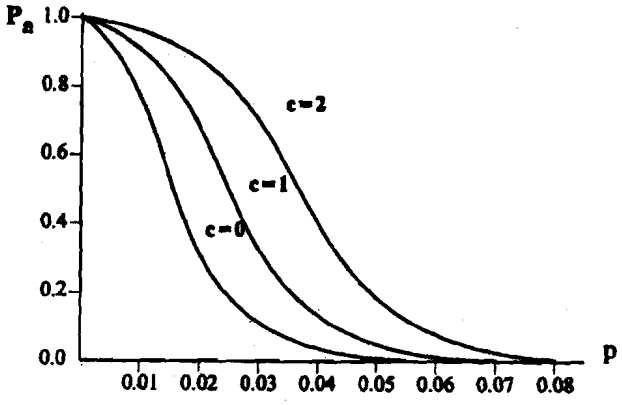
E11) ASP1 के लिए (क) $P_a(0.03)$; और (ख) $P_a(0.05)$ अभिकलित कीजिए।

चित्र 10 में (c = 0,1 और 2 के लिए) दिखाए गए तीन वक्रों को p, $0 \leq p \leq 1$, के विभिन्न मान ले कर समीकरण (11) से $P_a(p)$ का मान निकाल कर विकसित किया गया है। अत:, वक्र की प्रत्येक बिंदु को $(p, P_a(p))$ से निरूपित किया जाता है।

प्रत्येक वक्र किसी स्वीकरण प्रतिचयन आयोजना का *प्रचालन अभिलक्षण वक्र* (operating charactersitic curve or *oc curve*) होता है। एक स्वीकरण प्रतिचयन आयोजना की वरीयता (preference) की व्याख्या उसके प्रचालन **अभिलक्षण वक्र** (oc curve) द्वारा दी जाती है।

समीकरण (11) के अनुसार, एक प्रतिरूपी oc वक्र, किसी दी हुई प्रतिचयन आयोजना के लिए, *प्रचय गुणता* (p) और *स्वीकरण प्रायिकता* P_a के बीच के संबंध का एक चित्रमय (pictorial) निरूपण है। एक वक्र की ढाल (slope) जितनी अधिक होगी इसकी विवेचकर शक्ति (discriminatory power) उतनी ही अधिक होगी। फिर भी, c में कमी आने पर, oc वक्र (ढाल में कोई विशेष अंतर आए बिना) बायीं ओर विस्थापित हो जाती है।

व्यापक रूप में, एक विशिष्ट oc वक्र का ठीक-ठीक आकार प्राचलों AQL, LTPD, α और β पर निर्भर करता है।



चित्र 10 : c के विभिन्न मानों पर *oc* वक्र

अब एक प्रश्न यह उठता है कि यदि प्रतिचयन आयोजना ASP1 में परिवर्तन करें तो क्या होगा? आइए, इसके लिए हम $c = 3$ के साथ एक अन्य स्वीकरण प्रतिचयन आयोजना लें जिसे हम ASP2 से प्रकट करेंगे।

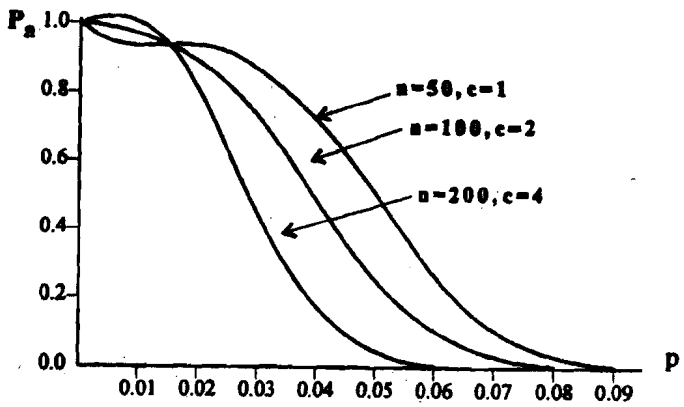
ASP2. *1000 पेनों के प्रत्येक प्रचय से, 100 पेन यदृच्छय लेकर उनका निरीक्षण कीजिए और यदि निरीक्षित प्रतिदर्श में अधिक से अधिक तीन दोषपूर्ण पेन हो तो प्रचय को स्वीकार कर लीजिए।*

आइए, हम पुन: उस प्रचय का अभिकलन करें जिसमें ठीक-ठीक 20 दोषपूर्ण मद हैं (अर्थात्, $p = 0.02.$)। ASP2 वाली स्थिति में, यह दिया गया है

$$P_a(0.02) = \sum_{d=0}^{3} {}^{n}C_d \, p^d \, (1-p)^{n-d} = 0.86.$$

तुलना करने पर, हम यह पाते हैं कि समान गुणता (क्योंकि प्रत्येक स्थिति में, $p = 0.02$) वाले प्रचय का स्वीकृत हो जाने का संयोग (chance) 0.40 (दो दशमलव स्थान तक पूर्णांकित) होता है, जबकि इसे ASP1 वाली स्थिति में रखा गया हो। और, संयोग 0.86 होता है जबकि इसे ASP2 वाली स्थिति में रखा गया हो। अत:, हम यह निष्कर्ष निकाल लेते हैं कि किसी प्रचय को स्वीकार करने की प्रायिकता (क) *प्रचय-गुणता* और (ख) *स्वीकरण प्रतिचयन योजना*, दोनों पर ही निर्भर करती है।

ठीक ASP1 की भांति, ASP2 के लिए भी हम एक oc वक्र प्राप्त कर सकते हैं। चित्र 11 में, तुलना के लिए, तीन अलग-अलग स्वीकरण आयोजनाओं के oc वक्र दिखाए गए हैं।



चित्र 11 : अलग-अलग प्रतिदर्श-आमाप के *oc* वक्र

सारणी 10 में, हमने p के कुछ चुने हुए मानों के लिए, ASP1 और ASP2 वाली स्थितियों मे P_a के मान दिए हैं। दो प्रतिचयन आयोजनाओं की तुलना के लिए इन मानों की जांच कीजिए।

सारणी 10 : प्रचय स्वीकरण प्रायिकताएँ P_a

p	ASP1 के अधीन P_a	ASP2 के अधीन P_a
0.000	1.0000	1.0000
0.010	0.7358	0.9816
0.020	0.4033	0.8590
0.030	0.1946	0.6472
0.046	0.0525	0.3196
0.076	0.0034	0.0490
0.100	0.0033	0.0078

हम *oc वक्र* पर और अधिक चर्चा कुछ देर बाद करेंगे। यहाँ हम कुछ ऐसे महत्त्वपूर्ण प्राचलों के बारे में चर्चा करेंगे जिनका प्रयोग एक स्वीकरण प्रतिचयन योजना को अपनाने में किया जाता है।

मेसर्स बी पी एण्ड कंपनी और श्री अनिल दोनों ही यह बात समझते हैं कि पूर्णत: दोष मुक्त प्रचयों की सप्लाई संभव नहीं है। अत:, उन्हें एक समझौता करना पड़ा। इस प्रकार दो व्यक्तियों के बीच सौदेबाजी प्रारंभ होती है। अंत में, वे इस बात पर सहमत होते जाते हैं कि *श्री अनिल अधिकांश प्रचयों को स्वीकार करेंगे जिनमें अधिक से अधिक 1% दोषपूर्ण पेन हों* (अर्थात्, $p = 0.01$) *और कंपनी उन सभी प्रचयों को लौटा लेगी जिनमें 1% से अधिक दोषपूर्ण पेन हो।*

स्वीकार्य गुणता स्तर

गुणता के उस स्तर को, जिस पर क्रेता और विक्रेता दोनों ही परस्पर सहमत होते हैं, **स्वीकार्य गुणता स्तर** (AQL) कहा जाता है। इस तरह, श्री अनिल और मेसर्स बी पी एण्ड कंपनी के बीच हुई सहमति की दृष्टि से, $AQL = 0.01\ (= p)$. इसका अर्थ यह है कि, *अधिकांश स्थितियों में*, श्री अनिल को $p \leq 0.01$ वाले प्रचय स्वीकार कर लेना चाहिए।

आइए, अब हम श्री अनिल के निर्णय से प्राप्त परिणाम की जांच करे जबकि $AQL = 0.01$ और ASP1 अपनाया गया हो।

सारणी 10 से, हम यह पाते हैं कि $P_a(0.01) = 0.7358$. अत:, ASP1 के साथ, श्री अनिल 26.42% (= 100(1−0.7358)) प्रचयों को अस्वीकार कर देंगे जिनकी गुणता 0.01 है।

स्पष्ट है कि यह बात उत्पादक के लिए जोखिम भरी है क्योंकि दोनों ही इस बात पर सहमत थे कि गुणता 0.01 वाले प्रचय अधिकांश स्थितियों में स्वीकार कर लिए जाएंगे जबकि श्री अनिल उनमें से 26.42% को अस्वीकार कर रहे हैं। यह बात अवश्य है कि 26.42% प्रचय की अपेक्षा $p < 0.01$ वाले प्रचय का अस्वीकृत होने का संयोग कम होता है (देखिए सारणी 10)। दूसरे शब्दों में, किसी भी $p < AQL$ के लिए, उत्पादक का जोखिम 26.42% से कम होता है। अत:, यहाँ इस बात की ओर ध्यान देना अति आवश्यक है कि *0 और AQL के बीच p के सभी मानों के लिए उत्पादक का जोखिम (*risk*) अधिकतम होता है जबकि* $p = AQL$.

उत्पादक के जोखिम को एक प्रचय, जिसका $p = AQL$, को अस्वीकृत करने की प्रायिकता से परिभाषित किया जाता है। प्राय: इसे प्रतिशत में व्यक्त किया जाता है। अत:, ऊपर की स्थिति में, उत्पादक का जोखिम $\alpha = 100\ (1 - P_a\ (AQL))\%$.

यदि ASP1 के स्थान पर श्री अनिल ASP2 को अपनाते तो क्या होता? इसका उत्तर पाने के लिए नीचे दिया गया प्रश्न हल कीजिए।

E12) यह मानकर कि ASP2 अपनाया गया है, $P_a\ (0.01)$ ज्ञात कीजिए। और (स्थूल रूप से) x-अक्ष पर बिंदु AQL (0.01), y-अक्ष पर उत्पादक का जोखिम α, और, ASP1 तथा ASP2 के साथ, आलेखित किए गए दो oc-वक्रों पर $(AQL, P_a(AQL))$ की स्थिति-निर्धारण कीजिए।

ऊपर के प्रश्न में, ASP2 के साथ, AQL = 0.01 लेने पर आपको, उत्पादक का जोखिम 1.84% अवश्य प्राप्त हुआ होगा। इस तरह, ASP1 के साथ, उत्पादक का जोखिम अधिक होता है और तब कंपनी अनिल को यह कह सकती है: *हमारे लिये 26.42% एक बड़ा जोखिम है और हम अधिक से अधिक 5% जोखिम उठा सकते हैं। इसका हल क्या है? क्या हम प्रतिचयन आयोजना में परिवर्तन कर सकते हैं?*

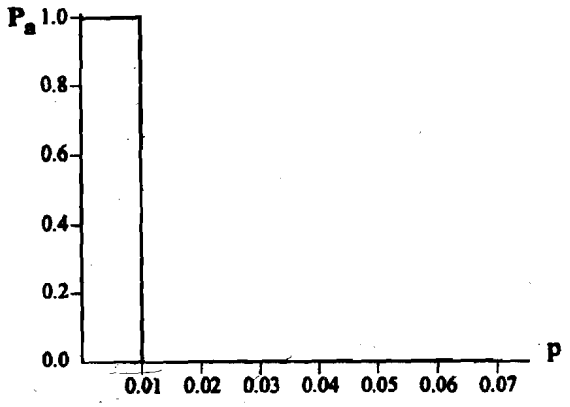
इसके विपरीत, ASP2 वाली स्थितियों में, उत्पादक का जोखिम (risk) केवल 1.84% होता है (जो कि अपेक्षित 5% से काफी कम है। अत:, कंपनी आत्मसन्तुष्ट (complacent) हो जाएगी। परन्तु, ऐसी स्थिति में, एक उपभोक्ता के रूप में श्री अनिल के साथ क्या होगा?

समीकरण (11) से हम पाते हैं कि, ASP2 वाली स्थिति में, $P_a(0.05) = 0.2578$. इसका अर्थ यह है कि, यदि ASP2 को अपनाया जाए तो वे सभी प्रचय (lots), जिनकी गुणता उतनी ही खराब है जितनी कि 5% दोषपूर्ण पेनों वाले प्रचय की होती है (यह स्वीकृत की गई गुणता AQL = 0.01 से भी काफी खराब है), 25.78% बार स्वीकार कर लिए जाएंगे। स्पष्ट है कि यह उपभोक्ता के लिए एक जोखिम उठाने वाली बात है।

उपभोक्ता का जोखिम

इस प्रकार के खराब प्रचय को श्री अनिल 25.78% बार स्वीकार क्यों करें? उन प्रचयों को, जिनकी गुणता AQL से भी खराब हो, स्वीकार करने पर उपभोक्ता को हानि उठानी पड़ती है। इस तरह, श्री अनिल के लिए ASP2 अच्छा नहीं है जबकि उत्पादक के लिए यह अच्छा होता है।

यदि हम एक ऐसी आयोजना चाहते हों जो कि उपभोक्ता और उत्पादक दोनों के लिए श्रेष्ठ हो, तो $p \geq AQL$ वाले सभी प्रचयों को, प्रायिकता 1 के साथ, स्वीकार कर लेना चाहिए और $P > AQL$ वाले प्रचयों को, प्रायिकता 1 के साथ, अस्वीकार कर देना चाहिए (या, प्रायिकता 0 के साथ, स्वीकार कर लेना चाहिए)। इस प्रकार की प्रतिचयन योजना का *oc वक्र* चित्र 12 में दिए गए वक्र की तरह का होता है और इस वक्र को आदर्श **oc वक्र** (ideal oc curve) कहा जाता है। स्पष्ट है कि इस प्रकार की स्वीकरण प्रतिचयन आयोजना अपनाने के लिए लगभग 100% निरीक्षण करना होगा और निरीक्षण पर आने वाली लागत काफी अधिक होगी।



चित्र 12: आदर्श *oc* वक्र

श्री अनिल और उत्पादक के बीच हुई समझोते के अनुसार, श्री अनिल AQL से भी खराब प्रचय-गुणताओं को कुछ सीमा तक ही, परन्तु उसके बाद नहीं, सहने के लिए तैयार हैं। आइए, हम यह मान लें कि श्री अनिल $p \geq 0.05$ वाले प्रचयों को सहन करने के लिए तैयार हैं, परन्तु वह ऐसा 10% से अधिक बार करने के लिए तैयार नहीं है। प्रचय गुणता $p = 0.05$ पर उस *सहयता सीमा* (tolerance limit), जिसे उपभोक्ता सहन करने के लिए तैयार है, को **प्रचय सहयता प्रतिशत दोषपूर्ण** (lot tolerance proportion defective) कहा जाता है और इसे **LTPD** से प्रकट किया जाता है। इस तरह, श्री अनिल वाली स्थिति में, LTPD = 0.05.

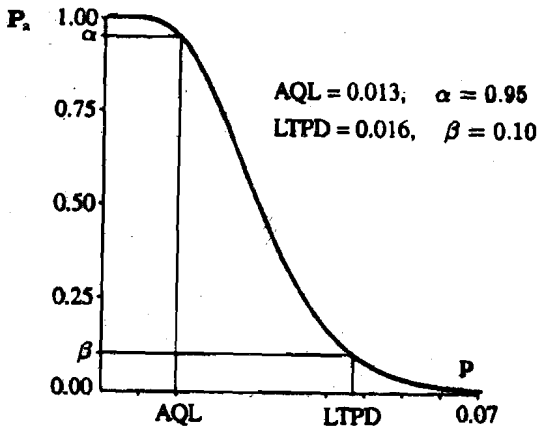
प्रचय सहयता प्रतिशत दोषपूर्ण

ऊपर के पैरा में हमने यह बताया है कि श्री अनिल केवल 10% बार गुणता $p = LTPD$ वाले प्रचय को स्वीकार करने के लिए तैयार है। यहाँ, 10% को *उपभोक्ता का जोखिम* (consumer's risk) कहा जाता है।

p = LTPD *वाले प्रचय को स्वीकार करने की प्रायिकता को उपभोक्ता का जोखिम कहा जाता है* और इसे β से प्रकट किया जाता है। दूसरे शब्दों में, *उपभोक्ता का जोखिम* $\mathbf{P_a(LTPD)}$ के बराबर होता है। उत्पादक के जोखिम की ही भांति, उपभोक्ता के जोखिम को भी प्राय: एक प्रतिशत के रूप में व्यक्त किया जाता है।

जैसा कि हमने ऊपर देखा कि, जहाँ ASP1 उपभोक्ता के लिए उत्तम होता है वहीं ASP2 उत्पादक के लिए उत्तम होता है। परन्तु दोनों आयोजनाओं में से कोई भी आयोजना ऐसी नहीं है जो उत्पादक और उपभोक्ता दोनों को एकसाथ संतुष्ट करे। अत:, हमें एक ऐसी प्रतिचयन आयोजना का पता लगाना चाहिए जो कि उपभोक्ता और उत्पादक दोनों को स्वीकार्य हो।

इसके लिए प्राय: AQL और LTPD बिन्दुओं का प्रयोग किया जाता है और oc वक्र पर संगत बिन्दुओं, α और β, से क्रमश: उत्पादक का जोखिम और उपभोक्ता का जोखिम प्राप्त होता है (देखिए चित्र 13)। इस प्रकार की स्वीकरण प्रतिचयन योजना उत्पादक और उपभोक्ता दोनों के हित की रक्षा करती है।



चित्र 13

ध्यान दीजिए कि $p < AQL$ पर किसी प्रचय के लिए P_a कम से कम $1-\alpha$ होता है (या इस प्रकार के प्रचय को अस्वीकार करने की प्रायिकता अधिक से अधिक α होती है।) और $p > LTPD$ पर किसी भी प्रचय के लिए P_a अधिक से अधिक β होता है।

यदि आप कुछ केक रखना चाहते हैं और इसे खाना भी चाहते हैं तो आपके पास काफी मात्रा में केक होने चाहिये।

ऐसी स्वीकरण प्रतिचयन आयोजनाएँ प्राप्त करने के लिए, जो उत्पादक और उपभोक्ता दोनों के हित की रक्षा करती हैं, प्राय: वृहत् प्रतिदर्श आमापों की आवश्यकता होती है। अत:, व्यवहार में, किसी न किसी को कही न कही समझौता करना ही पड़ता है।

प्रतिचयन आयोजना कभी भी 100% परिपूर्ण सामग्री होने की गारंटी नहीं देती है। वस्तुत: इस प्रक्रम में कुछ दोषपूर्ण सामग्री भी स्वीकार करनी पड़ती है। परन्तु, β जोखिम का उचित विनिर्देशन करने से दोषपूर्ण सामग्री की मात्रा को कम से कम जरूर किया जा सकता है। इस तरह, प्रतिचयन आयोजनाओं को लागू करने पर इस बात का पता चल जाता है कि इसमें कितनी अस्वीकार्य सामग्री उपस्थित है।

11.4.2 एकल प्रतिचयन आयोजना (Single sampling plans)

हम उस प्रतिचयन आयोजना को विकसित करने के लिए, जो अपेक्षित α और β जोखिम की पूर्ति करता है और अपेक्षित AQL और LTPD गुणता स्तरों को बनाए रखता है, कुछ सांख्यिकीय और प्रायिकता साधनों का प्रयोग करते हैं।

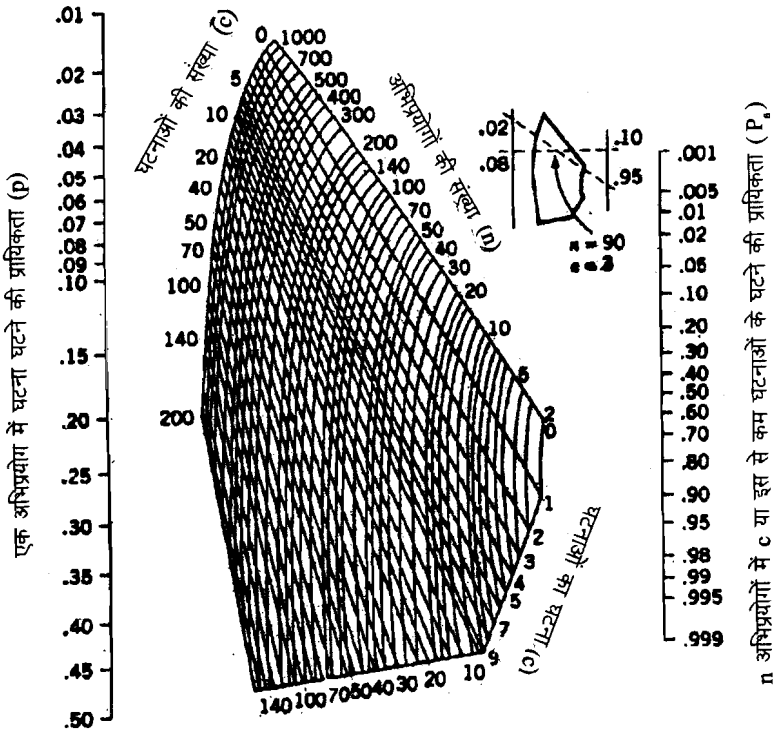
एकल प्रतिचयन आयोजना

स्वीकरण प्रतिचयन आयोजनाएँ अनेक प्रकार की होती हैं। पहले की तरह यहाँ भी हम अपनी चर्चा *एकल प्रतिचयन आयोजनाओं* तक ही सीमित रखेंगे और देखेंगे कि इनकी अभिकल्पना कैसे की जाती है। अन्य प्रकार की प्रतिचयन आयोजनाओं पर चर्चा इस भाग के अंत में संक्षेप में की जाएगी।

हम ASP1 और ASP2 जैसे कुछ उदाहरणों पर पहले ही चर्चा कर चुके हैं। अधिक व्यापक रूप में, (i) *प्रचय आमाप* **N;** (ii) *प्रतिदर्श आमाप* **n**, और (iii) *स्वीकरण संख्या* **c**, को विनिर्दिष्ट करने पर *एकल प्रतिचयन आयोजना* की व्याख्या पूरी तरह से हो जाती है।

तीन मानों (N, n, c) द्वारा दी गई *एकल प्रतिचयन आयोजना* में हम N मदों के प्रचय (lot) से यदृच्छया n मद लेकर उनका निरीक्षण करते हैं और, उस स्थिति में, प्रचय को स्वीकार कर लेते हैं जबकि प्रतिदर्श में मदों की संख्या स्वीकरण संख्या c से कम या इसके बराबर होती है। अन्यथा, हम प्रचय को अस्वीकार कर देते हैं। और अपनी पूरी चर्चा में, हम प्रतिचयन मदों के लिए *प्रतिस्थापन रहित* (without replacement) *एकल यादृच्छिक प्रतिचयन* का प्रयोग करते हैं।

एक सरल ग्राफ़ीय क्रियाविधि, जिसे *द्विपद नोमोग्राफ़* (binomial nomograph) कहा जाता है, का प्रयोग विनिर्दिष्ट AQL, LTPD, α और β की एकल प्रतिचयन आयोजनाएँ बनाने के लिए किया जाता है। (देखिए चित्र 14)



चित्र 14 : (स्त्रोत : डी. सी. मांटगोमरी, इन्ट्रोडक्शन टु स्टेटिस्टिकल क्वालिटी कंट्रोल (4/e), 2001.)

एक उदाहरण के रूप में, हम एक एकल प्रतिचयन आयोजना ज्ञात करने का प्रयास करेंगे जबकि AQL = 0.02, LTPD = 0.08, α = 0.05 और β = 0.10.

इसके लिए, सबसे पहले, p - मापक्रम पर 0.02 और P_a - मापक्रम पर 0.95 (= 1 – α) को मिलाकर एक सीधी रेखा खींचिए। p - मापक्रम पर 0.08 और P_a - मापक्रम पर 0.1 (= β) को मिलाकर एक अन्य सीधी रेखा खींचिए। अब, खींची गई इन दो रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु के संगत n और c के मान पढ़िए।

आप देख सकते हैं कि हमें n = 90 और c = 3 प्राप्त होगा।

यहाँ, गौर करने योग्य बात यह है कि प्रक्रम में कहीं भी हमने प्रचय - आमाप के बारे में बात नहीं की है। वस्तुत: परोक्ष रूप में (implicitly) यह मान लिया गया है कि प्रचय-आमाप प्रतिदर्श आमाप से कम से कम 10 गुना अधिक होते हैं। इस तरह, यदि श्री अनिल ऊपर बतायी गई आयोजना को लागू करना चाहते हैं तो उनका प्रचय आमाप कम से कम 900 होना चाहिए और, क्योंकि रिफिल की लंबाई वाली समस्या में N = 1000, इसलिए श्री अनिल ऊपर बतायी गई आयोजना का प्रयोग कर सकते हैं।

नीचे दिया गया प्रश्न हल कीजिए।

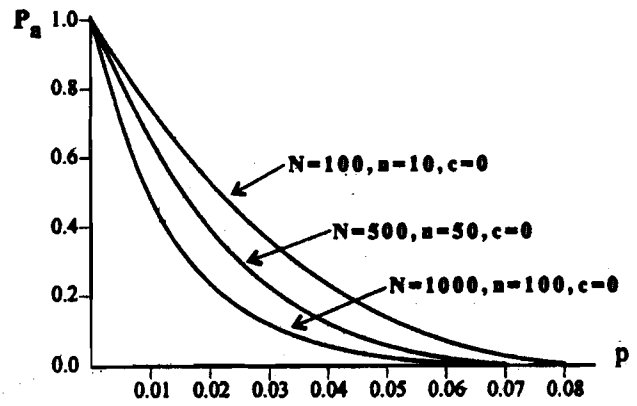
E13) चित्र 14 में दिखाए गए नोमोग्राफ़ से एकल प्रतिचयन आयोजनाएँ व्युत्पन्न कीजिए, जबकि

(i) AQL = 0.01, LTPD = 0.10, α = 0.05, β = 0.10; और

(ii) AQL = 0.03, LTPD = 0.08, α = 0.05, β = 0.10

पहले कभी उद्योगों में यह सामान्य प्रचलन रहा है कि प्रचयों में कुछ प्रतिशत मदों का ही निरीक्षण किया जाता था। दूसरे शब्दों में, (100, 10, 0), (500, 50, 0) और (1000, 100, 0) के प्रकार की प्रतिचयन आयोजनाओं का प्रयोग प्राय: किया जाता था। इन सभी आयोजनाओं का प्रतिदर्श आमाप प्रचय-आमाप का 10% है।

इससे हमें ऐसा लगता है जैसे कि ये सभी आयोजनाएँ उत्तम हैं। परन्तु वास्तविकता में ऐसा नहीं होता है। इस पैरा में, c = 0 के साथ, उल्लेख की गई 3 आयोजनाओं के *oc वक्रों* (देखिए चित्र 15) की जांच करने पर यह स्पष्ट हो जाता है कि ये योजनाएँ काफी भिन्न-भिन्न हैं।



चित्र 15

इस दृष्टिकोण को अपनाने में सबसे अधिक हानि इस बात की होती है कि भिन्न-भिन्न *प्रतिदर्श-आमापों से भिन्न-भिन्न रक्षण-स्तर* (level of protection) प्राप्त होते हैं। इस वजह से, एक नाजुक स्थिति में, उपभोक्ता को मिलने वाले रक्षण-स्तर के संबंध में यह कहना तर्क संगत नहीं होगा कि इसमें परिवर्तन आने से प्रचय के आमाप में भी परिवर्तन होता रहता हैं।

अब आपको नीचे दिए गए प्रश्न को हल करने में काफी आनंद आएगा।

E14) AQL = 0.05 मानकर, चित्र 15 में 3 आयोजनाओं के संबंध में उत्पादक के जोखिम को स्थूल रूप से बताइए।

प्रतिचयन आयोजनाएँ अनेक होती हैं जैसे *द्विक प्रतिचयन आयोजनाएँ* (double sampling plans), बहु-प्रतिचयन आयोजनाएँ (multiple sampling plans), *अनुक्रमिक प्रतिचयन आयोजनाएँ* (sequential sampling plans), *श्रृंखला प्रतिचयन आयोजनाएँ* (chain sampling plans), आदि। अनेक प्रकाशित प्रतिचयन आयोजनाएँ विभिन्न दृष्टिकोणों से विकसित की गई हैं। आज ऐसे अनेक कंप्यूटर साफ्टवेयर बाजार में उपलब्ध हैं जिनसे आप अभिकल्पना कर सकते हैं और विभिन्न प्रतिचयन आयोजनाओं और योजनाओं का मूल्यांकन आसानी से कर सकते हैं।

इसी के साथ हम इस खंड के अंत में आ जाते हैं। इस इकाई में हमने जो कुछ भी पढ़ा आइए उसका संक्षिप्त विवरण यहाँ हम दे दें।

11.5 सारांश

इस इकाई में, हमने सांख्यिकीय गुणता नियंत्रण की निम्नलिखित पहलुओं पर चर्चा की है।

1) गुणता की संकल्पना और उसके अभिलक्षण।
2) यह सुनिश्चित करके कि गुणता के अभिलक्षण उनके विनिर्देश के अनुरूप है, उत्पाद की गुणता किस प्रकार प्राप्त की जाती है।
3) युगपत् प्रक्रम नियंत्रण के लिए नियंत्रण चार्टों का प्रयोग एक प्राथमिक साधन के रूप में।
4) चर अभिलक्षणों का नियंत्रण करने के लिए $\bar{x} - R$ चार्टों का निर्माण और अनुप्रयोग।
5) प्रक्रम क्षमता का अर्थ और $\bar{x} - R$ चार्टों की सहायता से उसका मूल्यांकन।
6) गुण-गुणता अभिलक्षण के नियंत्रण के लिए **p, np** और **c** चार्टों का निर्माण और अनुप्रयोग।
7) स्वीकरण प्रतिचयन आयोजनाओं की संकल्पना और, उस आयोजना तक पहुँचने में, जो उपभोक्ता और उत्पादक दोनों के हित का समान रूप से रक्षण करता है, oc-वक्र, AQL, उत्पादक का जोखिम, उपभोक्ता का जोखिम, और LTPD का प्रयोग। और, हमने यह भी देखा कि प्रतिचयन आयोजनाओं की तुलना करने में oc-वक्रों का प्रयोग किस प्रकार किया जाता है।
8) *द्विपद नोमोग्राफ़* की सहायता से एकल प्रतिचयन आयोजना का निर्माण।

11.6 हल/उत्तर

E1) गेंद का व्यास, रिफिल की लंबाई, क्रिकेट की गेंद का वजन, वाशर की मोटाई, आदि, जैसे मेय अभिलक्षणों के लिए चरों के नियंत्रण चार्ट उपयुक्त होते हैं। दोषपूर्ण बॉल पेनों जैसे अभिलक्षण, क्रिकेट की गेंद पर खरोंच होने जैसे दोष, कपड़े पर रोओं और रंग पड़ना, आदि जैसे गुणों के लिए गुण नियंत्रण चार्ट के लिए उपयुक्त होते हैं।

E2) प्रक्रम माध्य का आकल यह होता है

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\text{प्रतिदर्श औसतों का योगफल}}{\text{प्रतिदर्शों की संख्या}} = \frac{7575}{25} = 303 \text{ ग्राम}।$$

प्रक्रम के मानक विचलन या आकल यह होता है

$$\frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{\text{प्रतिदर्श परिसरों का योगफल/प्रतिदर्शों की संख्या}}{2.059} = \frac{154/25}{2.059} = 303 \text{ ग्राम}।$$

तब, चार्ट की नियंत्रण-सीमाएँ ये होती हैं

$$CL = 303, LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 303 - 0.73 \times 6.16 = 298.503.$$

$$UCL = 303 + 0.73 \times 6.16 = 307.497$$

और, R-चार्ट की नियंत्रण सीमाएँ ये होती हैं

$$CL = \bar{R} = 6.16, LCL = d_3\bar{R} = 0, UCL = d_4\bar{R} = 2.28 \times 6.16 = 14.045.$$

E3) 12वें समूह को हटा देने के बाद,

$$\bar{\bar{x}} = \frac{201.808 - 10.086}{19} = 10.091, \bar{R} = \frac{3.51 - 0.38}{19} = 0.1647.$$

अतः, $\bar{x}$-चार्ट की संशोधित नियंत्रण सीमाएँ ये हैं

LCL = 9.995, CL = 10.091, UCL = 10.126; और, R-चार्ट के लिए,

LCL = 0, CL = 0.1647, UCL = 0.3476.

सारणी 1 से, हम पाते हैं कि (12 वें उपसमूह को छोड़कर) $\bar{x}$-चार्ट पर या R-चार्ट पर ऐसी कोई भी बिन्दु नहीं हैं जो नियंत्रण सीमाओं के बाहर हो। अतः, शेष आंकड़ों से सांख्यिकीय नियंत्रण का पता चलता है।

E4) यहाँ, हम रिंफिल की लंबाई वाली समस्या ले सकते हैं।

यहाँ, कुल सहयता (= T) = 0.4. तब,

$$C_p = \frac{0.4}{6\sigma} = 1.5 \Rightarrow \sigma = \frac{1.6}{36} = 0.044.$$

इस तरह, (क) अस्वीकरण USL वाले पक्ष में होगा, जबकि $\mu + 3\sigma > USL$. उदाहरण के लिए, यदि $\mu = 10.111$ (अर्थात्, $\mu + 2\sigma = USL$), तो अस्वीकरण USL वाले पक्ष में होगा, और, (ख) अस्वीकरण LSL वाले पक्ष में होगा, जबकि $\mu + 3\sigma < LSL$. उदाहरण के लिए, यदि $\mu = 9.889$ (अर्थात्, $\mu + 2\sigma = LSL$), तो अस्वीकरण LSL वाले पक्ष में होगा।

E5) संयोजित आंकड़ों के लिए,

$$\bar{\bar{x}} = \frac{200.177}{20} = 10{,}009 \text{ और } \bar{R} = \frac{2.65}{20} = 0.1325$$

इस तरह,

(क) नए प्रक्रम के माध्य और मानक विचलन के आकल ये होते हैं।

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{x}} = 10.009 \text{ और } \hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0.1325}{0.326} = 0.0569.$$

और, (ख) $\bar{x}$-चार्ट की नियंत्रण सीमाएँ ये होती हैं

LCL = 9.932, CL = 10.009, UCL = 10.086; और R-चार्ट के लिए,

LCL = 0, CL = 0.1325, UCL = 0.2795.

और (ग) $\bar{x}$-चार्ट पर पहले उपसमूह का औसत LCL से कम है। संभवतः कोई निर्देश्य कारण रहा हो। परन्तु, इस संबंध में, आंकड़ों से सांख्यिकीय नियंत्रण का पता चलता है और, (घ) क्योंकि R-चार्ट से नियंत्रण का पता चलता है, इसलिए प्रक्रम विचरणशीलता का आकलन करने के लिए हम सभी 20 उपसमूहों का प्रयोग कर सकते हैं। प्रक्रम क्षमता का एक आकल यह होता है

$$6\hat{\sigma} = 6 \times \frac{\bar{R}}{d_2} = 6 \times \frac{0.1325}{0.326} = 0.3414.$$

और, प्रक्रम अनुपात का आकल यह होता है

$$\hat{C}_p = \frac{T}{6\sigma} = \frac{0.4}{0.3414} = 1.171.$$

अंत में, (ड़) क्योंकि $\hat{C}_p < 1.33$, इसलिए प्रक्रम विचरणशीलता में और कमी लाना आवश्यक है। अतः, हमारी सलाह यह है कि प्रबंधक को चाहिए कि वह विचरण को और कम करने की संभावनाओं का पता लगाए।

E6) (ख) इस बात का स्पष्ट प्रमाण मिलता है कि प्रक्रम औसत नीचे की ओर विस्थापित हो गया है। जब तक हम नियंत्रण सीमाएँ फिर से नहीं खींच लेते तब तक हम प्रक्रम नियंत्रण के बारे में कुछ नहीं कह सकते।

(ग) सारणी 6 के आंकड़ों के लिए,

$$CL = \bar{p} = \frac{19}{10 \times 100} = 0.019, \quad LCL = 0.019 - 3\sqrt{\frac{0.019 \times 0.981}{100}} = -0.02,$$

$$UCL = 0.019 + 3\sqrt{\frac{0.019 \times 0.981}{100}} = 0.06.$$

क्योंकि, LCL<0, इसलिए LCL को (0, 0) पर आलेखित किया जाता है। (ङ) आंकड़ों को देखने से पता चलता है कि प्रक्रम में सुधार हुआ है। प्रथम अवधि का अस्वीकरण प्रतिशत 6% (= 100 × $\bar{p}$ का पुराना आकल) के बराबर है और, बाद की अवधि में, यह 1.9% (= 100 × $\bar{p}$ का नया आकल) के बराबर है।

E7) प्रक्रम औसत का आकल $\bar{p} = \frac{7}{253} = 0.013$ होता है। इस स्थिति में, सभी पांच उपसमूहों के लिए LCL शून्य होता है। 100 उपसमूह आमाप वाले उपसमूहों का UCL, $0.013 + 3\sqrt{\frac{0.013 \times 0.987}{100}} = 0.048$ होता है। नीचे की सारणी में UCLs और आंकड़ों के प्रतिदर्श औसत का संक्षिप्त विवरण दिया गया है।

क्र.सं.	1	2	3	4	5
प्रतिदर्श-आमाप	100	121	81	100	121
प्रतिदर्श औसत	0.020	0.016	0.000	0.010	0.016
UCL	0.048	0.045	0.052	0.048	0.045

E8) हाँ। प्रतिदर्श-आमाप के साथ नियंत्रण सीमाएँ भी बदलती रहती हैं। केन्द्र रेखा में भी परिवर्तन होता है, क्योंकि $CL = n\bar{p}$.

E9) (क) प्रति बक्सा दोषों की आकलित संख्या = $\frac{150}{15} = 10.$

(ख) नियंत्रण-सीमाएँ हैं: $CL = 10, LCL = 10 - 3\sqrt{10} = 0.513$ और $UCL = 19.487$. क्योंकि, y-अक्ष पर प्रति बक्सा दोषपूर्ण पेनों की कुल संख्या आलेखित करते हैं, इसलिए हम LCL = 1 और UCL = 19 ले सकते हैं। स्पष्ट है कि समूह E का असेम्बली प्रक्रम सांख्यिकीय नियंत्रण में है। (ग) क्योंकि समूह A के प्रति बक्सा दोषपूर्ण पेनों की औसत संख्या केवल 4.8 है, इसलिए समूह A ही उत्तम है। (घ) यदि चार्ट को ऑपरेटरों के सामने प्रदर्शित किया जाए, तो उनके निष्पादन में लगातार भरण होता रहेगा। अत:, जब कभी गुणता में गिरावट आती है तब वे स्वयं अपने को संशुद्ध कर सकते हैं। मनोवैज्ञानिक रूप से, आपरेटरों पर इसका अच्छा प्रभाव पड़ेगा।

E10) (क) N= 400, p = 0.09; (ख) N = 50, p = 0.04; (ग) N = 400, n = 40, p = 0.005.

E11) (क) $P_a(0.03) = 0.1946$; (ख) $P_a(0.05) = 0.0371$.

E12) ASP2 वाली स्थिति में, $P_a(0.01) = 0.9816$; (देखिए सारणी 10); ASP1 के लिए, वास्तविक बिंदु (0.01, 0.7358) होता है और, ASP2 के लिए, LCL = (0.01, 0.9816). अत:, ये वे बिन्दु होने चाहिए जिन्हें आप ग्राफ़ से सन्निकटत: पढ़ सकते हैं।

E13) नोमोग्राफ से प्राप्त एकल प्रतिचयन आयोजनाएँ हैं: (i) (N, 40, 1) और (ii) (N, 200,10). यहाँ, प्रचय माप N, संगत प्रतिदर्श आमाप का कम से कम 10 गुना होना चाहिए।

E14) उत्पादक के जोखिम हैं: (1000, 100,0) के लिए, 0.2141; (500, 50,0) के लिए, 0.2578 और (100, 10, 0) के लिए 0.1498.

सारणी-1

F- बंटन

$F_{0.05}$

υ_2 = Degrees of freedom for denominator	υ_1 = Degrees of freedom for numerator																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18.50	19.00	19.20	19.20	19.30	19.30	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50
3	10.10	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.31	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.38	2.38	2.30	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	3.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.93
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.11	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.51	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

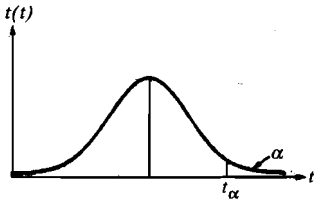
सारणी-1 (जारी)

F- बंटन

$F_{0.01}$

υ_2 = Degrees of freedom for denominator	υ_1 = Degrees of freedom for numerator																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4.052	5.000	5.403	5.625	5.764	5.859	5.928	5.982	6.023	6.056	6.106	6.157	6.209	6.235	6.261	6.287	6.313	6.339	6.366
2	98.50	99.00	99.20	99.20	99.30	99.30	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50
3	34.10	30.80	29.50	28.70	28.20	27.90	27.70	27.50	27.30	27.20	27.10	26.90	26.70	26.60	26.50	26.40	26.30	26.20	26.10
4	21.20	18.00	16.70	16.00	15.50	15.20	15.00	14.80	14.70	14.50	14.40	14.20	14.00	13.90	13.80	13.70	13.70	13.60	13.50
5	16.30	13.30	12.10	11.40	11.00	10.70	10.50	10.30	10.20	10.10	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.70	10.90	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.20	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.30	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.83
9	10.60	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.00	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.96	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.19	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2 58	2.50	2.40	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.53	2.45	2.36	2.27	2.17
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.41	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

सारणी-2
t - बंटन



ν	$t_{.100}$	$t_{.050}$	$t_{.025}$	$t_{.010}$	$t_{.005}$	$t_{.001}$	$t_{.0005}$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31	636.62
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	1.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	1.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

शब्दावली

अचर	constant term
अनभिनत	unbiased
अवमुख	convex combination
अस्वीकरण	rejection
अनियमित बदलाव	irregular variations
अभिलक्षण	characteristic
आकलन करना (अनुमान निकालना)	to estimate
उच्चावचन	fluctuation
उपसमूह	subgroup
एकधा वर्गीकरण	one-way classification
काल श्रेणी	time series
क्रमिक	successive
गतिमान औसत	moving averages
गुण	attribute
गुणता	quality
घटक	predictive
चक्रीय	cyclic
दीर्घकालिक	long-term
न्यूनतम वर्ग	least squares
निष्कोणन	smoothing
निर्देश्य कारण	assignable cause
निदर्श	model
निराकरणीय परिकल्पना	null hypothesis
परिकल्पना	hypothesis
परिक्षेपण	dispersion
पुनरावर्तन	recursion
पूर्वानुमान करना	forecasting
प्रक्रम	process
प्रचय	lot
प्रकीर्ण आरेख	scatter diagram
प्रतिदर्श	sample
प्रतिदर्शज	statistic
प्रसरण	variance
प्रतिलघुगणक	antilogarithm
प्रवृत्ति	trend
प्रागुक्ति	predictive
प्राचल	parameter
फ़िट की उत्तमता	goodness of fit
बहु समाश्रयण	multiple regression
भारित औसत	weighted averages
मद	item

मात्रात्मक	quantitative
मेय	measurable
मौसमी	seasonal
रैखिक समाश्रयण	linear regression
रुचि-लक्षण	characteristic of interest
वक्र	curve
विश्वस्यता अंतराल	confidence interval
विचरणशीलता	variability
वैकल्पिक परिकल्पना	alternative hypothesis
श्रेष्ठतम फिट	best fit
स्वातंत्र्य कोटि	degree of freedom
स्वीकरण	acceptance
समष्टि	population
सह्यता	tolerance
समाश्रयण	regression
समाश्रयण विश्लेषण	regression analysis
साधारण लघुगणक	common logarithm
संयोग कारण	chance cause
स्रोत	source
क्षमता	capability
त्रुटि	error